LISTA DE EXERCÍCIOS: DERIVADAS PARCIAIS, REGRA DA CADEIA, DERIVADA DIRECIONAL, PROPRIEDADES DO GRADIENTE E MÁXIMOS E MÍNIMOS.

Questão 1 A temperatura em um ponto (x,y) é $T(x,y)$, medida em °C.. Um inseto se move de forma que sua posição após t segundos é dada por $x = \sqrt{1+t}$, $y = 2 + \frac{t}{3}$, onde x e y são medidos em centímetros. A função temperatura satisfaz $\frac{\partial T}{\partial x}(2,3) = 4$ e $\frac{\partial T}{\partial y}(2,3) = 3$. Qual a taxa de variação da temperatura no caminho do inseto quanto $t = 3$s ?

Questão 2 Encontre os pontos do elipsóide $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ onde plano tangente é paralelo ao plano $3x - y + 3z = 1$.

Questão 3 Encontre os pontos de máximo e mínimo absolutos de

$f(x,y) = xy^2$ sobre o conjunto $D = \{(x,y);\, x^2 + y^2 \leq 3\}$

(a) Encontre os pontos críticos de f no interior de D;

(b) Utilizando o Método dos Multiplicadores de Lagrange, encontre os extremos de f na fronteira de D;

(c) Utilizando (a) e (b), encontre os extremos de f em D.

Questão 4 Suponha que em uma certa região do espaço o potencial elétrico é dado por $V(x,y,z) = 5x^2 - 3xy + xyz$.

(a) Encontre a taxa de variação do potencial em $P = (3,4,5)$ na direção e sentido do vetor $(1,1,-1)$;

(b) Em que direção V varia mais rapidamente em P?

(c) Qual a taxa de variação máxima de V em P ?

Questão 5. Encontre o máximos e o mínimo de $f(x,y) = x + y^2$ na região do plano satisfazendo $(x-2)^2 + y^2 \leq 1$.

Questão 6. Encontre as possíveis direções nas quais as derivadas direcionais de $f(x,y) = x^2 + \text{sen}(xy)$ no ponto $(1,0)$ têm o valor 1.

Questão 7. Encontre os pontos da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ que maximizam a função $f(x,y,z) = xyz$ (Use o Método dos Multiplicadores de Lagrange).

Questão 8. Mostre que o elipsóide $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 9$ é tangente à esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$ são tangentes no ponto $(1,1,2)$.

Questão 9. Seja ***S*** a superfície de equação $z = \frac{2 - x^2 - xy + y^2}{4}$.

(a) Determine o ponto **P** em ***S*** no qual o plano tangente à ***S*** em **P** é perpendicular à reta **L** de equação paramétrica $r(t) = (1-t, -3t, 2t+1),\, t \in \mathbb{R}$.

(b) Escreva a equação paramétrica da reta que é normal a ***S*** e paralela à reta **L**.

Questão 10. Considere a função diferenciável $f(x,y)$, onde $x = g(u,v) = v\cos(\pi + u) + e^{uv}$ e $y = h(u,v) = u^2 - v^2$. Sabendo-se que $\frac{\partial f}{\partial x}(-1,-4)=3$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(-1,-4)=2$, determine $\frac{\partial F}{\partial u}(0,2)$ e $\frac{\partial F}{\partial v}(0,2)$, onde $F(u,v) = f(g(u,v),h(u,v))$.

Questão 11. Se $g(x,y,z) = xy^2 + xz$, calcule $\nabla g(1,1,1)$ e use-o para encontrar o plano tangente à superfície de nível $g(x,y,z) = 2$ no ponto (1,1,1).

Questão 12. Considere $f(x,y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ e D a região do plano satisfazendo $x^2 + y^2 \leq 16$.
(a) Encontre e classifique os pontos críticos de f;
(b) Utilizando o Método dos Multiplicadores de Lagrange, encontre os extremos de f sobre a fronteira de D;
(c) Encontre os extremos absolutos de f em D.

Questão 13. Seja $f(x,y)$ uma função diferenciável e $g(u,v) = f(e^u + sen(v), e^u + \cos(v))$. Usando a tabela abaixo, calcule $\frac{\partial g}{\partial u}(0,0)$ e $\frac{\partial g}{\partial v}(0,0)$.

	f	g	$\partial f/\partial x$	$\partial f/\partial y$
(0,0)	3	6	4	8
(1,2)	6	3	2	5