Exercícios sobre vetores e superfícies em $\mathbb{R}^3$ (capítulo 12):

(1.) Considere os pontos $P = (2, 1, 1)$, $Q = (3, 1, 2)$, $R = (2, 0, 2)$ em $\mathbb{R}^3$.

(a.) Qual ponto é mais perto da origem?
(b.) Determine a distânca entre os pontos P e Q.
(c.) Determine o ângulo entre o vetor $\overrightarrow{PQ}$ e o vetor $\overrightarrow{PR}$.
(d.) Determine o comprimento do vetor $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}$.
(e.) Determine a equação do plano Π_0 que contém os pontos P, Q, e R.
(f.) Determine a equação do plano Π_1 paralelo a Π_0 que passa pelo ponto $(3, 1, 1)$.
(g.) Determine o ângulo entre o plano Π_1 e o plano Π_2 dado por $x + z = 4$.
(h.) Determine a equação do plano Π_3 ortogonal aos planos Π_1 e Π_2 que passa pela origem.
(i.) Determine uma parametrização $\vec{r}_0(t)$ da reta $\Pi_2 \cap \Pi_3$.

(2.) Para cada equação, identifique o tipo da superfície e determine quais contém uma reta:

(a.) $x = -y^2 - z^2$
(b.) $(x + 1)(x - 1) = (y + z)(y - z)$
(c.) $y = x^2 + y^2 + z^2$
(d.) $y = z^2 + \cos(z)$
(e.) $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$
(f.) $z = x^2 + 4y^2 - 8y - z^2 + \frac{15}{4}$

(3.) (a.) Identifique e esboce as superfícies S_1 e S_2 dadas pelas equações

$$S_1 \,:\, z = 4x^2 + y^2, \quad e \quad S_2 \,:\, 8x - 2y - z = -11.$$

(b.) Determine uma parametrização $\vec{r}(t)$ da interseção $C = S_1 \cap S_2$.
(c.) Determine uma parametrização $\vec{r}_0(t)$ da reta tangente da curva C no ponto $(1, 3, 13)$.

(4.) (a.) Identifique e esboce as superfícies S_1 e S_2 dadas pelas equações

$$S_1 \,:\, z = x^2 - y^2, \quad e \quad S_2 \,:\, x^2 = y^2 + z^2.$$

(b.) A interseção da S_1 com S_2 pode ser escrita como a reunião de quatro curvas conexas, $S_1 \cap S_2 = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4$. Para $0 \leq i \leq 4$, identifique e esboce a curva C_i.
(c.) Para $0 \leq i \leq 4$, determine uma parametrização $\vec{r}_i(t)$ de C_i.

(5.) (a.) Identifique e esboce as superfícies S_1 e S_2 dadas pelas equações

$$S_1 \,:\, 9x^2 + 25y^2 = 225, \quad e \quad S_2 \,:\, 4x - 3z = 6.$$

(b.) Determine uma parametrização $\vec{r}(t)$ da interseção $C = S_1 \cap S_2$.
(c.) Determine o comprimento da curva C.