CAPÍTULO 2

Exercícios Resolvidos

1. Turbulência no avião

A probabilidade de ocorrência de turbulência em um determinado percurso a ser feito por uma aeronave é de 0,4 em um circuito diário. Seja X o número de vôos com turbulência em um total de 7 desses vôos (ou seja, uma semana de trabalho). Qual a probabilidade de que:

(a) Não haja turbulência em nenhum dos 7 vôos?
(b) Haja turbulência em pelo menos 3 deles?
(c) X esteja entre E(X) – DP(X) e E(X) + DP(X)?
(d) Num total de 5 semanas, tenha havido duas delas com turbulência em pelo menos 3 dias?

Solução:

X é Binomial(7; 0,4).

(a) $P(X = 0) = 0,6^7 = 0,0280$.

(b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] =$

$$= 1 - [0,6^7 + 7 \times 0,4 \times 0,6^6 + 21 \times 0,4^2 \times 0,6^5] = 0,580.$$

(c) $E(X) = 7 \times 0,4 = 2,8$; $Var(X) = 7\times 0,4 \times 0,6 = 1,68$; $DP(X) = \sqrt{1,68} = 1,296$.

$P(2,8 - 1,296 < X < 2,8 + 1,296) = P(1,504 < X < 4,096) = P(2 \leq X \leq 4) =$
$= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) =$
$= 21 \times 0,4^2 \times 0,6^5 + 35 \times 0,4^3 \times 0,6^4 + 35 \times 0,4^4 \times 0,6^3 = 0,745$.

(d) Seja Y = n^o de semanas entre as 5 nas quais houve turbulência em pelo menos 3 dias.
Então Y é Binomial(5; 0,580).
$P(Y = 2) = 10 \times 0,580^2 \times (1 - 0,580)^3 = 0,249$.

2. Examinando alunos

O Professor Paulo ministra, de segunda a sexta feira, aulas para uma turma com 30 homens e 20 mulheres. Suponha que todos os 50 alunos estão presentes durante as cinco aulas. Durante uma dada semana, ele decide sortear um aluno por dia para ser examinado. Se X é a variável aleatória que representa o número de dias em que um homem foi selecionado, qual a função de probabilidade, a média e a variância de X? Considere duas situações diferentes:

(a) O mesmo aluno pode ser selecionado mais de uma vez.
(b) Cada dia o professor examinará um aluno diferente.

E, finalmente:

(c) Compare as funções de probabilidade obtidas em (a) e (b).

Solução :

(a) Note que a forma como são selecionados os estudantes equivale a fazer uma amostragem ao acaso *com reposição*. Ou seja, toda vez que um individuo é escolhido ele é devolvido à população antes de se efetuar a próxima seleção. Deste modo as probabilidades de seleção são mantidas sempre iguais.

Então, a cada dia é realizado um ensaio de Bernoulli, com probabilidade de sucesso (homem) $p = 30/50 = 0,6$ e de fracasso $1–p = 0,4$. Se X é a v.a. que representa o número de dias em que um homem é selecionado então X tem distribuição binomial com parâmetros $n = 5$ e $p = 0,6$.
A função de probabilidade é dada por

$p(k) = P(X=k) = \binom{5}{k}(0,6)^k(0,4)^{5-k}$, $k= 0,1,2,3,4,5$

Com os seguintes valores particulares:

$p(0) = P(X=0) = \binom{5}{0}(0,6)^0(0,4)^5 = 0,0102$

$p(1) = P(X=1) = \binom{5}{1}(0,6)^1(0,4)^4 = 0,0768$

$p(2) = P(X=2) = \binom{5}{2}(0,6)^2(0,4)^3 = 0,2304$

$p(3) = P(X=3) = \binom{5}{3}(0,6)^3(0,4)^2 = 0,3456$

$p(4) = P(X=4) = \binom{5}{4}(0,6)^4(0,4)^1 = 0,2592$

$p(5) = P(X=5)= \binom{5}{5}(0,6)^5 (0,4)^0 = 0,0778$

Note que a soma das seis probabilidades acima é 1.

Para este modelo: $E(X) = 5(0,6) = 3$ $Var(X) = 5(0,6)(0,4) = 1,2$.

(b) Diferentemente do item (a), onde cada aluno podia ser examinado mais de uma vez, agora isso não é possível. Cada elemento do espaço amostral é uma amostra não ordenada *sem reposição* de 50 indivíduos tomados 5 a 5. O número total dessas amostras é $\binom{50}{5}$.

Se X é a variável aleatória que representa o número de homens selecionados, a distribuição de X é uma hipergeométrica com $N=50$, $K=30$ e $n= 5$. Assim,

$p(k) = P(X=k) = \frac{\binom{30}{k}\binom{20}{5-k}}{\binom{50}{5}}$, para $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Fazendo as contas, encontramos:

$P(X=0) = 0,0073$; $P(X=1) = 0,0683$; $P(X=2) = 0,2341$;

$P(X=3) = 0,3641$; $P(X=4) = 0,2587$; $P(X=5) = 0,0673$.

Aqui também a soma das seis probabilidades é 1.

Para este modelo: $E(X) = 5(0,6) = 3$ $Var(X) = 5(0,6)(0,4)\times \frac{50-5}{50-1} = 1,102$.

(c) Podemos perceber que as probabilidades associadas aos valores extremos de X (0, 1, 4 e 5) são maiores no caso da binomial do que no caso da hipergeométrica. Por outro lado, as probabilidades associadas aos valores centrais de X (2 e 3) são menores no caso da binomial do que no caso da hipergeométrica.

3. Aproximação da Hipergeométrica pela Binomial

Uma amostra aleatória com 5 elementos será extraída de uma população composta por N bolas das quais K são vermelhas e N – K são brancas. Considere os casos a seguir:

- N = 20 K = 6
- N = 100 K = 30
- N = 500 K = 150
- População infinita onde 30% das bolas são vermelhas e 70% brancas

(a) Em cada um dos casos acima, se X é o número de bolas vermelhas na amostra, calcule P(X=k), para k variando entre 0 e 5.

(b) Compare as probabilidades obtidas em cada um dos 3 primeiros casos com as probabilidades obtidas no último caso (População infinita) e extraia conclusões a esse respeito.

(c) Mostre que a distribuição hipergeométrica com parâmetros n, N e K, ou seja,

$$P(X=k)=\frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad k = 0,1,2,...,n$$

se aproxima cada vez mais da distribuição binomial com parâmetros n e p à medida que N tende a infinito, desde que $\lim_{N\to\infty} K/N = p$.

Solução:

a. Nos 3 primeiros casos X é Hipergeométrica(5,N,K), isto é,

$$P(X=k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad \text{para } k = 0,1,2,3,4,5$$

Já no último caso X é Binomial com parâmetros 5 e 0,3, isto é,

$$P(X=k) = \binom{5}{k} 0{,}3^k\, 0{,}7^{5-k}, \quad \text{para todo } k = 0,1,2,3,4,5$$

Fazendo os cálculos obtemos:

	Hipergeométrica(5,N,K)			Binomial
N	20	100	500	n=5 p=0,3
K	6	30	150	
k	P(X=k)	P(X=k)	P(X=k)	P(X=k)
0	0,1291	0,1608	0,1666	0,1681
1	0,3874	0,3654	0,3612	0,3602
2	0,3522	0,3163	0,3102	0,3087
3	0,1174	0,1302	0,1319	0,1323
4	0,0135	0,0255	0,0278	0,0284
5	0,0004	0,0019	0,0023	0,0024

b. Comparando cada uma das 3 primeiras colunas (hipergeométrica) com a última coluna (binomial), vemos que, á medida que N e K (= 0,3N) crescem, para todo k, a probabilidade P(X = k) relativa à hipergeométrica torna-se cada vez mais próxima da probabilidade P(X = k) relativa à binomial.

c. $\frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{K!(N-K)!n!(N-n)!}{k!(K-k)!(n-k)!(N-K-n+k)!N!} =$

$$= \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \frac{K(K-1)\ldots(K-k+1)(N-K)(N-K-1)\ldots(N-K-n+k+1)}{N(N-1)\ldots(N-n+1)}$$

$$= \binom{n}{k}\left(\frac{K}{N}\frac{K-1}{N-1}\cdots\frac{K-k+1}{N-k+1}\right)\left(\frac{N-K}{N-k}\frac{N-K-1}{N-k-1}\cdots\frac{N-K-n+k+1}{N-n+1}\right)$$

Temos então $\binom{n}{k}$ multiplicado por k frações (no 1º parênteses) e multiplicado por (n–k) frações (no 2º parênteses).

Quando N e K tendem a infinito, de tal forma a que $\lim_{N\to\infty} K/N$ = p, cada uma das k primeiras frações tende a p e cada uma das (n–k) últimas frações tende a (1 – p).

Então, $\lim_{N\to\propto} \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \binom{n}{k} p^k(1-p)^{n-k}$, para todo k, c.q.d.

4. Avaliação da qualidade de um processo produtivo

A proporção de itens que atendem as especificações entre os que são fabricados por um determinado processo industrial é igual a p, onde 0 < p < 1. Quando é selecionada uma amostra aleatória contendo 5 desses itens, se X é o número de itens entre eles que atendem as especificações, então dizemos que o resultado do experimento pode ser considerado:

- péssimo, se $X \leq 1$;
- ruim, se $X \leq 2$;
- bom, se $X \geq 3$;
- ótimo, se $X \geq 4$.

Se a probabilidade condicional de que o resultado do experimento seja péssimo, dado que ele é ruim, é igual a $\frac{21}{181}$:

(a) Qual é o valor de p?

(b) Calcule a probabilidade condicional de que o resultado do experimento seja ótimo, dado que ele é bom.

Solução:

(a) Sabemos que X é Binomial(5;p). Daí se segue que:

P(péssimo) = $P(X\leq1) = P(X=0) + P(X=1) = (1-p)^5 + 5(1-p)^4p$

P(ruim) = $P(X\leq2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = (1-p)^5 + 5(1-p)^4p + 10(1-p)^3p^2$

Então, dividindo ambos $P(X\leq1)$ e $P(X\leq2)$ por $(1-p)^3$, obtemos:

$P(X\leq1|\ X\leq2) = \frac{P(X\leq1)}{P(X\leq2)} = \frac{(1-p)^2+5(1-p)p}{(1-p)^2+5(1-p)p+10p^2} = \frac{21}{181}$.

Daí resulta que:

$181\left((1-p)^2+5(1-p)p\right) = 21\left((1-p)^2+5(1-p)p+10p^2\right)$

$181 - 362\,p + 181\,p^2 + 905p - 905\,p^2 = 21 - 42\,p + 21\,p^2 + 105\,p - 105\,p^2 + 210\,p^2$

$850\,p^2 - 480\,p - 160 = 0$, ou seja, $85\,p^2 - 48\,p - 16 = 0$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$p = (24 \pm\sqrt{576+1360})/85 = 68/85 = 0{,}8$ (O sinal negativo não funciona aqui, porque p > 0).

b) Usando o valor de p = 0,8 calculado no item (a), temos:

$P(\text{bom}) = P(X \geq 3) = 10(1-p)^2p^3 + 5(1-p)p^4 + p^5 = 0{,}942$

$P(\text{ótimo}) = P(X \geq 4) = 5(1-p)p^4 + p^5 = 0{,}737$

Então, $P(X \geq 4 | X \geq 3) = \frac{P(X \geq 4)}{P(X \geq 3)} = 0{,}7825$.

5. Crédito subsidiado para a aquisição da casa própria

Foi instituído um programa de crédito subsidiado para a aquisição da casa própria destinado a famílias de baixa renda de uma certa região. Ocorre que nem todos os beneficiários desse tipo de financiamento de fato pagam o que devem. Por isso, foi decidido que o programa seria imediatamente interrompido a partir do momento em que se constatasse que 10 dos beneficiários não estavam honrando seus compromissos.

Se p é a proporção de maus pagadores na população considerada, calcule a probabilidade de que o programa chegará a conceder pelo menos 50 desses financiamentos:

(a) se p = 0,1
(b) se p = 0,2
(c) se p = 0,3
(d) se p = 0,4

Solução:

Seja X o número de financiamentos já concedidos até a constatação de que 10 beneficiários não estavam honrando seus compromissos. Então X segue uma distribuição de Pascal com r = 10, sendo que p pode variar desde 0,1 até 0,4, conforme os itens (a) a (d).

Em cada um desses casos, queremos calcular

$P(X \geq 50) = 1 - \sum_{k=10}^{49} P(X = k) = 1 - \sum_{k=10}^{49} \binom{k-1}{9} p^{10}(1-p)^{k-10}$.

Fazendo os cálculos no Excel, constatamos que:

(a) Se p = 0,1, $P(X \geq 50) = 0{,}9785$
(b) Se p = 0,2, $P(X \geq 50) = 0{,}4717$
(c) Se p = 0,3, $P(X \geq 50) = 0{,}04796$
(d) Se p = 0,4, $P(X \geq 50) = 0{,}001045$

Vemos então que, quando os maus pagadores são somente 10% dos beneficiários, a probabilidade de que sejam concedidos pelo menos 50 financiamentos é altíssima, da ordem de 97,85%. Por outro lado, à medida que cresce a proporção de maus pagadores, essa probabilidade cai rapidamente, chegando a 0,1045% no caso de 40% dos beneficiários não honrarem seus compromissos.

6. Venda de impressoras

Uma loja de equipamentos de hardware vende em média 2,7 impressoras por dia. Certo dia, ao encerrar o expediente, verifica-se existirem 4 impressoras em estoque, e sabe-se que a nova remessa só chegará depois de 2 dias. Qual a probabilidade de que, no fim desses 2 dias, a loja não tenha deixado de atender, por falta de estoque, às pessoas que vierem comprar? Admita que a demanda por impressoras segue uma distribuição de Poisson.

Solução:

Já que a demanda é em média de 2,7 impressoras por dia, em 2 dias, essa demanda média será de 5,4 impressoras. Então, se X é demanda por impressoras em 2 dias, podemos dizer que X segue uma distribuição de Poisson com média $\lambda = 5{,}4$.

Então para que essa demanda seja totalmente atendida é necessário que ela não supere a quantidade de impressoras atualmente em estoque, ou seja, devemos ter $X \leq 4$.

$P(X \leq 4) = \sum_{k=0}^{4} P(X = k) = \sum_{k=0}^{4} \frac{\exp(-5,4) \cdot 5,4^k}{k!} =$

$= \exp(-5,4) \left[1 + 5,4 + \frac{5,4^2}{2} + \frac{5,4^3}{6} + \frac{5,4^4}{24}\right] = 0,3733.$

7. Ler ou não ler os seus e-mails

Suponha que o processo de chegada de mensagens à caixa de e-mail de uma pessoa segue uma lei de probabilidade de Poisson a uma taxa média de 30 mensagens por semana. Para não gastar um tempo excessivo na leitura de e-mails, ela estabeleceu para si mesma a regra de consultar a sua caixa apenas uma vez por dia e só ler o seu conteúdo se houver no máximo 3 mensagens à sua espera. Se essa regra for seguida durante 5 dias, calcule as probabilidades de que:

(a) em cada um dos 5 dias ela não lerá os seus e-mails;
(b) em pelo menos um dos 5 dias ela não lerá os seus e-mails.

Solução:
O número X de mensagens recebidas ao longo de um dia segue uma lei de Poisson com $\lambda = 30/7$ mensagens por dia, ou seja,

$$P(X = k) = \frac{\exp(-30/7)(30/7)^k}{k!}, \text{ para } k = 0,1,2,...$$

A probabilidade de que em uma determinado dia cheguem no máximo 3 mensagens é
$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) =$

$$= \frac{\exp(-30/7)(30/7)^0}{0!} + \frac{\exp(-30/7)(30/7)^1}{1!} + \frac{\exp(-30/7)(30/7)^2}{2!} + \frac{\exp(-30/7)(30/7)^3}{3!} = 0,380.$$

(a) Devido à independência, a probabilidade de que em cada um dos 5 dias ela não lerá os seus e-mails é $(1 - 0,380)^5 = 0,092$.
(b) Devido à independência, a probabilidade de que em pelo menos um dos 5 dias ela não lerá os seus e-mails é $1 - 0,380^5 = 0,992$.

Exercícios Propostos

1. Número de filhos em uma família

Em um determinado condomínio residencial:
30% das famílias não tem filhos
40% das famílias tem 1 filho
20% das famílias tem 2 filhos
10% das famílias tem 3 filhos
Seja X o número de filhos de uma família sorteada ao acaso desse condomínio residencial.

(a) Determine as funções de probabilidade e de distribuição acumulada de X.
(b) Calcule a média e o desvio padrão de X.

2. Jogo de dados

Uma pessoa paga 4 reais para entrar num jogo de dados. Lança–se um dado, o jogador recebe da banca em reais o número de pontos que saiu.

a) Calcular o valor esperado e a variância do ganho para o jogador.
b) Este jogo é equilibrado? Quem leva vantagem, a longo prazo: o jogador ou a banca?
c) Qual valor que deve ser pago para se entrar no jogo de forma que este seja equilibrado?

3. Futebol – Batendo Penalties

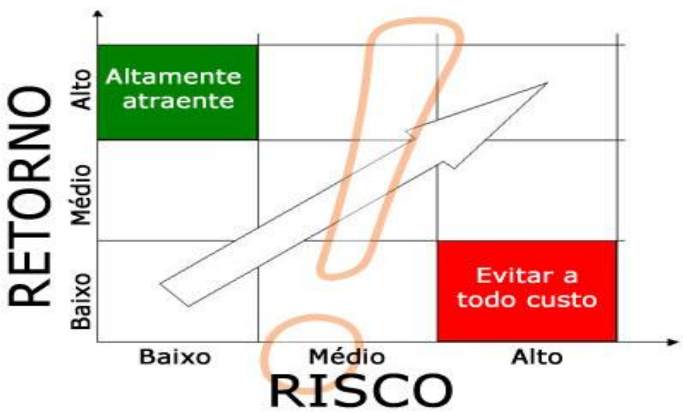
Um jogador de futebol vai cobrar 3 penalties seguidos. Admita que:

(a) A probabilidade de ele converter a primeira cobrança é igual a 0,70;
(b) A probabilidade de ele converter a segunda cobrança é igual a:
  - 0,80, se ele tiver convertido a primeira cobrança;
  - 0,60, caso contrário;
(c) A probabilidade de ele converter a terceira cobrança é igual a:
  - 0,90, se ele tiver convertido as duas primeiras;
  - 0,70, se ele tiver convertido apenas uma das duas primeiras;
  - 0,50, se ele não tiver convertido nenhuma das duas primeiras.

Seja X o número total de gols que o jogador vai fazer.

(a) Obtenha a função de probabilidade de X;
(b) Determine a média e o desvio padrão de X.

4. Consultoria sobre investimentos



A diretoria da empresa X, especializada em aplicações na bolsa de valores, vai se reunir com o objetivo de tomar 10 importantes decisões sobre compra e venda de ações. São consideradas decisões acertadas, por exemplo: vender ações de uma companhia cuja cotação, posteriormente, venha a cair; comprar ações de uma companhia cuja cotação, posteriormente, venha a subir, etc. A diretoria estabeleceu uma meta a ser atingida: que sejam tomadas decisões corretas em pelo menos 8 desses 10 casos. Por outro lado, a experiência mostra que, diante de tais situações, a diretoria tem tomado decisões acertadas em cerca de 60% dos casos. Como desta vez as decisões a serem tomadas são consideradas fundamentais para a continuidade dos negócios da empresa X, está sendo cogitada a possibilidade de se contratar uma equipe de consultores, *experts* no mercado financeiro, para participarem dessa reunião. Acredita-se que, com a presença desses consultores, a margem de acerto nas decisões a serem tomadas aumentaria para cerca de 70%. Calcule a probabilidade de que a meta estabelecida seja atingida:

(a) Sem a contratação dos consultores;

(b) Com a contratação dos consultores.

5. Linha de produção

Numa linha de produção as máquinas fabricam peças na proporção de 10% de defeituosas. As peças são armazenadas em caixas de 6 unidades.

(a) Seja X a v.a. que representa o número de peças defeituosas por caixa. Determinar a função de probabilidade, a esperança e a variância de X.

(b) Se uma caixa apresentar 2 ou mais peças defeituosas, ela é devolvida. Calcular a probabilidade de que, num lote de 5 caixas, 3 delas sejam devolvidas.

6. Votações em um colegiado

Em um colegiado formado por 20 pessoas todas as decisões são tomadas por votação. Pelo regimento interno:

- Qualquer decisão só pode ser tomada se pelo menos 11 membros do colegiado estiverem presentes;
- Qualquer decisão que implique em uma mudança desse regimento interno só pode ser tomada se pelo menos 15 membros do colegiado estiverem presentes.

Foi convocada uma reunião deliberativa do colegiado, cuja pauta inclui três temas ordinários e uma proposta de alteração do regimento.

Sabendo que, para cada um dos 20 membros do colegiado, a probabilidade de comparecimento é 60%, calcule a probabilidade de que:

(a) Nenhum desses quatro temas possa ser objeto de deliberação, por falta de quorum;

(b) Apenas os três primeiros possam ser votados;

(c) Todos os quatro assuntos possam ser decididos nessa reunião.

7. Como reconhecer a lei binomial?

Considere as variáveis aleatórias discretas X, Y e Z, cujas funções de probabilidade são dadas pela tabela a seguir:

Variável	p(0)	p(1)	p(2)	p(3)	p(4)	p(5)
X	0,16666	0,16667	0,16667	0,16667	0,16667	0,16666
Y	0,07776	0,25920	0,34560	0,23040	0,07680	0,01024
Z	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23809	0,28571

Qual dessas variáveis segue uma distribuição binomial e qual é o valor da probabilidade de sucesso p nesse caso?

Sugestão: Faça gráficos das funções de probabilidade de X, Y e Z.

8. Bolas em uma urna - Raciocínio equivocado

Pergunta:

Uma urna contem cinco bolas brancas e sete bolas vermelhas. Se forem extraídas três bolas dessa urna, em seqüência e sem reposição, qual a probabilidade de que duas delas sejam vermelhas?

Resposta:

Considere sucesso = bola vermelha.

Então, já que a urna tem 12 bolas das quais 7 são vermelhas, P(Sucesso) = 7/12.

Como são 3 retiradas, o número de bolas vermelhas entre elas é uma binomial com n = 3 e p = 7/12.

Então a probabilidade solicitada é P(X = 2) = $\binom{3}{2}\left(\frac{7}{12}\right)^2\left(1-\frac{7}{12}\right)^{3-2} = 0{,}425.$

(a) O que não está correto no raciocínio acima?
(b) Qual a solução correta?

9. Múltipla escolha

Numa prova de 10 questões de múltipla escolha com 4 alternativas de resposta em cada questão, para que o aluno seja aprovado ele precisa acertar pelo menos 6 questões. Admita que um aluno resolve escolher ao acaso as suas respostas Qual a probabilidade de aprovação se:

(a) Ele não sabe nada de cada questão?
(b) Os seus conhecimentos lhe permitem eliminar uma opção de cada questão?

10. Reservas de mesa em um bar

Num pequeno bar existem 5 mesas para os seus freqüentadores. Sabe-se que a chance de não comparecimento de alguém que tenha reservado uma mesa é igual a 10%. Então a gerência, por precaução, decide aceitar reservas de 6 mesas por noite. Qual a probabilidade de que numa determinada noite:

(a) O bar fique vazio?
(b) Todos os que comparecem sejam atendidos?
(c) Uma entre as 5 mesas fique vazia?
(d) Em todos os 3 dias de um fim de semana todos os clientes que comparecem sejam atendidos?

11. Pesquisa de mercado

Está sendo realizada uma pesquisa de mercado para se investigar a demanda potencial por um novo produto a ser lançado proximamente. Um entrevistador está abordando aleatoriamente os consumidores que circulam por determinado local dentro de um Shopping Center – o público alvo da pesquisa – para que estes respondam às perguntas de um questionário. Admita que os consumidores propensos a comprar o novo produto correspondem a uma determinada proporção p do público alvo. Seja X o número de entrevistas a serem feitas pelo entrevistador, até que ele encontre o primeiro consumidor disposto a comprar o novo produto.

(a) Quais os valores possíveis e a distribuição de probabilidade da variável X? Você identifica a distribuição de probabilidade obtida como pertencente a alguma família conhecida de modelos probabilísticos. Qual?
(b) Quais são o valor esperado e o desvio padrão de X, se apenas 10% do público alvo está disposto a adquirir o novo produto?

12. Processo de seleção

Uma empresa deseja selecionar profissionais para preencher cargos importantes que exigem liderança, iniciativa, flexibilidade e criatividade. Como o salário oferecido é muito bom, há um grande número de candidatos a serem entrevistados. Por outro lado, estima-se que somente 15% deles possuam esse tipo de perfil.

(a) Qual a probabilidade de serem necessárias no máximo 6 entrevistas para que apareça o primeiro candidato com o perfil desejado?
(b) Qual a média e o desvio padrão do número de entrevistas a serem feitas para esse fim?

(c) Para encontrar 5 candidatos que se encaixem nas necessidades da empresa, qual a probabilidade de que sejam necessárias pelo menos 30 entrevistas?
(d) Qual a média e o desvio padrão do número de entrevistas a serem feitas nesse caso?

13. Novamente frações de óleo diesel

Resolva novamente o exercício proposto 10 do Capítulo 1 sobre frações de óleo diesel, porém usando a distribuição hipergeométrica.

14. Treinamento para o setor empresarial

Admita que o número de participantes que pretendem se inscrever em um determinado treinamento oferecido para o setor empresarial segue uma distribuição de Poisson com média 12. Se não houver um mínimo de 5 inscrições, o treinamento não é oferecido. Por outro lado, a sala onde se realiza o treinamento comporta no máximo 20 participantes.
Calcule a probabilidade de que:
(a) Nem todas as pessoas que gostariam de participar consigam de fato se inscrever.
(b) O treinamento não seja oferecido, por escassez de pessoas inscritas.
(c) Todos os interessados consigam se inscrever, dado que foi atingido o número mínimo de inscrições.

15. Pesagem de carretas

Uma empresa é fornecedora de peças de aço (lingotes, tarugos, vergalhões) que são transportadas para o seu destino por carretas. No pátio dessa empresa há uma balança, que funciona 24 horas por dia, e diante da qual essas carretas fazem fila para serem pesadas depois de carregadas. A experiência mostra que o processo de pesagem (que inclui verificação da documentação, etc) ocorre de forma adequada quando a balança atende entre 3 e 6 carretas por hora. Quando chegam à balança 2 ou menos carretas por hora, ela pode ficar ociosa. Quando chegam à balança 7 ou mais carretas por hora, o sistema pode ficar congestionado e a espera na fila se torna muito demorada. Admita que o processo de chegadas é aleatório e segue uma distribuição de Poisson com freqüência média $\lambda = 4$ carretas por hora. Se escolhermos ao acaso um intervalo de 1 hora para observar esse processo de pesagem das carretas, qual a probabilidade de que em algum momento ao longo desse período:
(a) a balança esteja ociosa?
(b) o sistema esteja congestionado?
(c) a balança esteja ociosa, dado que o sistema não está congestionado?
(d) o sistema esteja congestionado, dado que a balança não está ociosa?

16. Instalação de condicionador de ar

As empresas A e B são especializadas na instalação de aparelhos de ar condicionado. O número X de pedidos de atendimento que a empresa A recebe em uma semana segue uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 4{,}5$. O número Y de pedidos de atendimento que a empresa B recebe em uma semana obedece o seguinte perfil de probabilidades:

k	0	1	2	3	4	5	6	7
P(Y=k)	0,05	0,15	0,22	0,22	0,17	0,10	0,05	0,02

(a) Qual das duas empresas recebe em média o maior volume de pedidos em uma semana? Por que?
(b) Em qual das duas é maior a variabilidade do volume semanal de atendimentos? Por que?

17. Chegadas de navios a um porto

Admita que o número de chegadas de navios a um porto durante um dia se comporta se comporta segundo uma distribuição de Poisson. Sabe-se também que, considerando somente os dias em que chegam no máximo 2 navios, em 60% desses dias chega no máximo 1 navio.

(a) Qual o número médio diário de chegadas de navios a esse porto?

(b) Considerando somente os dias em que chegam pelo menos 2 navios, em quantos por cento desses dias costumam chegar pelo menos 3 navios?

18. Fórmulas de recorrência para as distribuições Binomial e de Poisson

Mostre, com base nas respectivas funções de probabilidade, que são válidas as seguintes fórmulas de recorrência:

(a) Se X ~ Binomial(n,p) então $p(k+1) = p(k) \cdot \frac{n-k}{k+1} \cdot \frac{p}{1-p}$, para todo k = 0,1,2,...,n–1

(b) Se Y ~ Poisson(λ) então $p(k+1) = p(k) \cdot \frac{\lambda}{k+1}$, para todo k = 0,1,2,...

(c) Por que estas fórmulas são úteis, para que elas servem?