Segunda Lista de Equações Diferenciais Parciais - parte 2

Prof. Alexander Arbieto

17 de abril de 2009

1. Mostre que a seguinte família de funções (onde a variável é $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ e o parâmetro é $(a, b) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$):

$$u(x, t, a, b) =< a, x > -tH(a) + b$$

é uma integral completa da equação de primeira ordem:

$$u_t + H(\nabla u) = 0$$

Onde ∇u é o gradiente de u com respeito a variável x.

2. Escreva e resolva as equações características da seguinte EDP:

$$u_t + < b, \nabla u >= f$$

Onde $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$, $b \in \mathbb{R}^n$ e $f(x, t) : \mathbb{R}^n \times (0, \infty) \to \mathbb{R}$ é C^∞. Usando isto, resolva a EDP com a condição inicial:

$$u = g \text{ em } \mathbb{R}^n \times \{t = 0\}.$$

3. Resolva usando o método das características as equações:

- $x\partial_x u + y\partial_y u = 2u$ em $\mathbb{R}^2$, com condição inicial $u(x, 1) = g(x)$.
- $u\partial_x u + \partial_y u = 1$ em $\mathbb{R}^2$, com condição inicial $u(x, x) = \frac{x}{2}$.
- $x\partial_x u + 2y\partial_y u + \partial_z u = 3u$ em $\mathbb{R}^3$, com condição inicial $u(x, y, 0) = g(x, y)$.