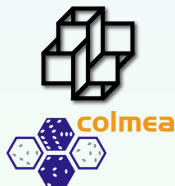




Modelagem Estocástica e Quantificação de Incertezas Aplicadas à Simulação de Reservatórios de Petróleo

M. R. Borges¹

¹LABORATÓRIO NACIONAL DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - LNCC



Modelos Estocásticos e Aplicações

IME-UFF, 20 de Junho de 2018



2 Motivação



3 Modelagem estocásticas

- Modelo matemático
- Modelo geológico
- Métodos estocásticos
 - Método de Monte Carlo
 - Inferência Bayesiana



4 Resultados

- Modelo poromecânico



Parte I

Motivação

Motivação

Escoamentos em meios porosos

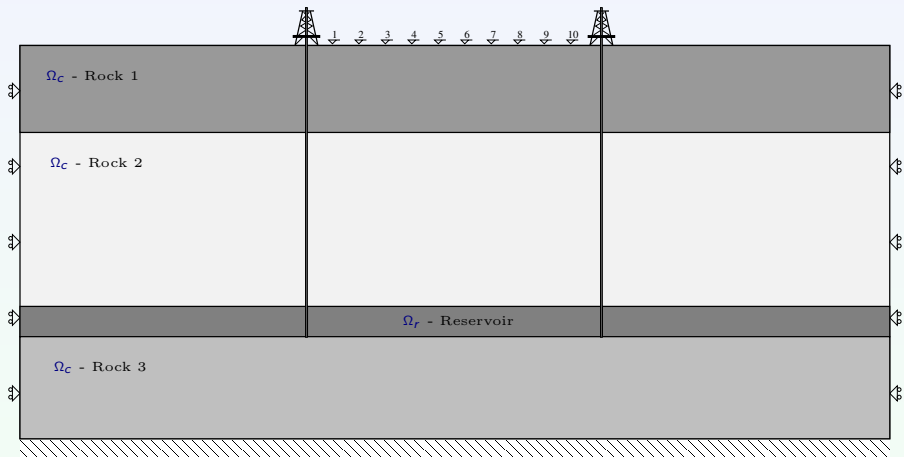


Figura 1: 2D domain.



- **Meios porosos naturais:**

- ▶ Reservatórios de petróleo
- ▶ Aquíferos
 - ★ formados por diferentes processos geológicos
 - ★ diferentes materiais
 - ★ alta variabilidade em suas propriedades



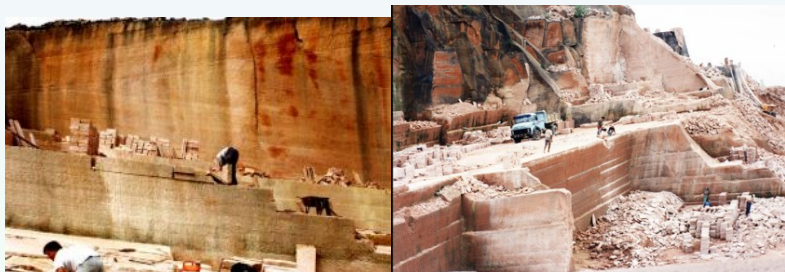
- **Meios porosos naturais:**

- ▶ Reservatórios de petróleo
- ▶ Aquíferos
 - ★ formados por diferentes processos geológicos
 - ★ diferentes materiais
 - ★ alta variabilidade em suas propriedades





- Formação Botucatu (Aquífero Guarani):
 - ▶ arenitos eólicos





- **Meios porosos naturais:**
 - ▶ Reservatórios de petróleo
 - ▶ Aquíferos
 - ★ formados por diferentes processos geológicos
 - ★ diferentes materiais
 - ★ alta variabilidade em suas propriedades
- **Propriedades das rochas heterogêneas:**
 - ▶ porosidade
 - ▶ permeabilidade
 - ▶ módulo de Young
 - ▶ ...

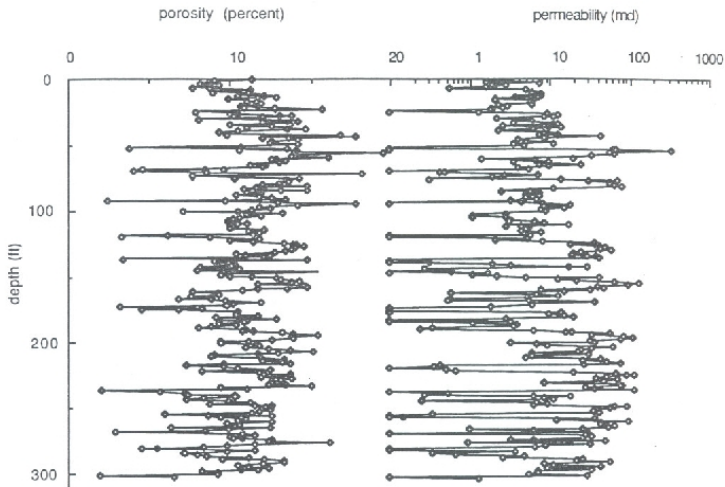


Figure 1.3. Permeability and porosity of cores collected at 1-ft intervals from borehole (IL056) in the Mt. Simon aquifer in Illinois (data from Bakr, 1976).



- **Meios porosos naturais:**
 - ▶ Reservatórios de petróleo
 - ▶ Aquíferos
 - ★ formados por diferentes processos geológicos
 - ★ diferentes materiais
 - ★ alta variabilidade em suas propriedades
- **Propriedades das rochas heterogêneas:**
 - ▶ porosidade
 - ▶ permeabilidade
 - ▶ módulo de Young
 - ▶ ...
- **Variabilidade nos meios porosos**
 - ▶ ocorre na escala de *cm*
 - ▶ problemas de interesse prático ocorrem na escala de *km*
- **Informações limitadas**



- **Meios porosos naturais:**
 - ▶ Reservatórios de petróleo
 - ▶ Aquíferos
 - ★ formados por diferentes processos geológicos
 - ★ diferentes materiais
 - ★ alta variabilidade em suas propriedades
- **Propriedades das rochas heterogêneas:**
 - ▶ porosidade
 - ▶ permeabilidade
 - ▶ módulo de Young
 - ▶ ...
- **Variabilidade nos meios porosos**
 - ▶ ocorre na escala de *cm*
 - ▶ problemas de interesse prático ocorrem na escala de *km*
- **Informações limitadas**

Heterogeneidade



Incerteza



Trat. estocástico



FATO!

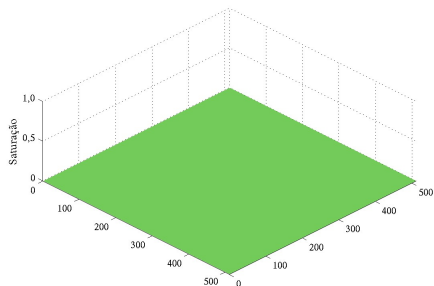
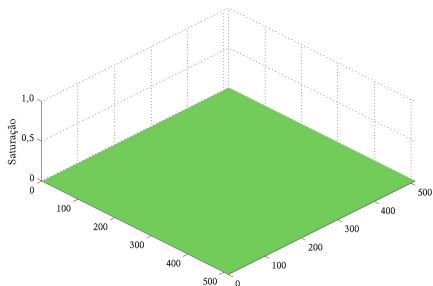
Incertezas nas propriedades das rochas \Rightarrow incertezas na previsão de produção em reservatórios

Previsões acuradas \times modelo geológico realista

Meio Homogêneo

Traçador Passivo

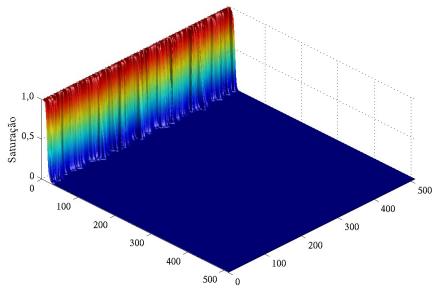
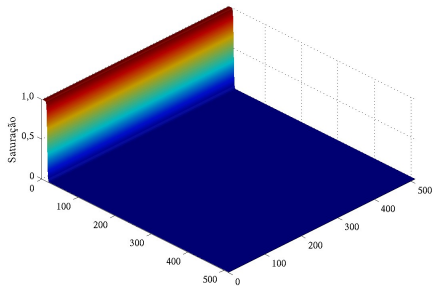
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

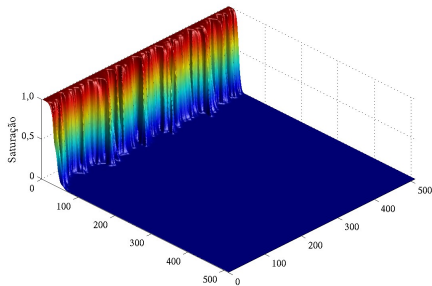
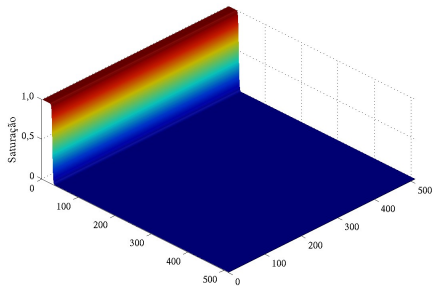
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

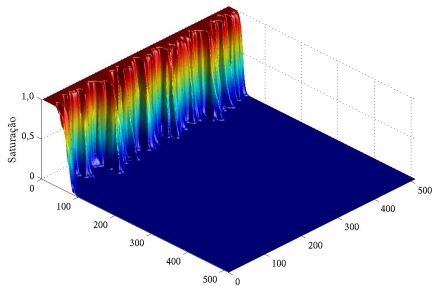
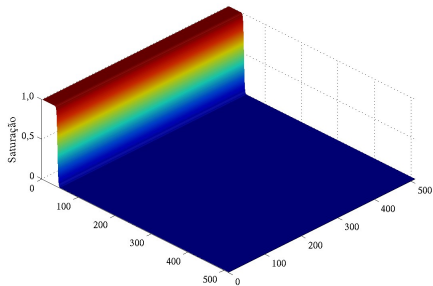
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

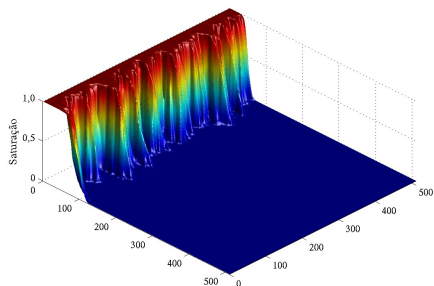
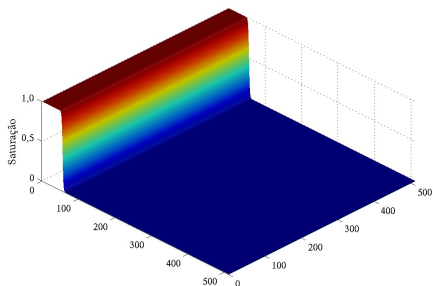
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

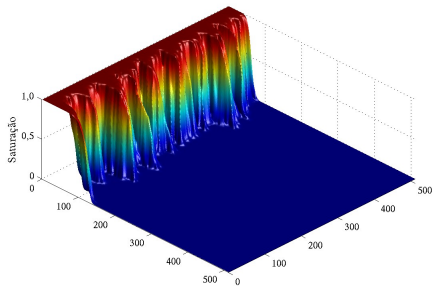
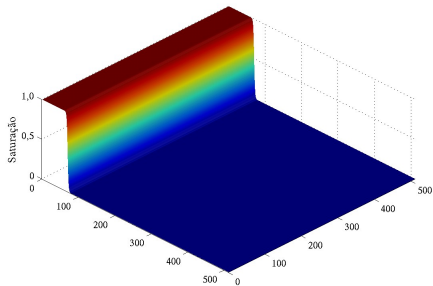
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

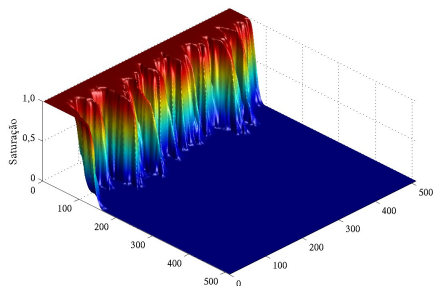
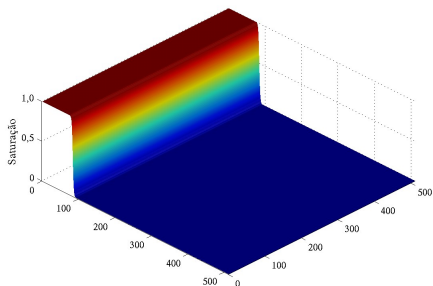
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

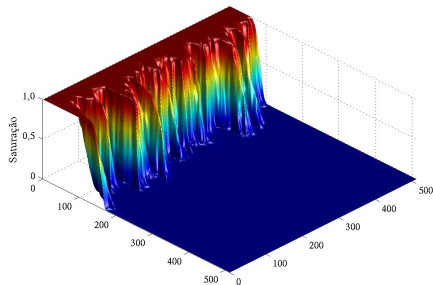
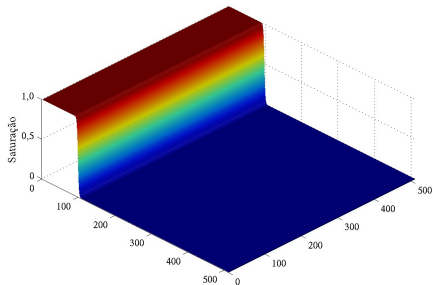
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

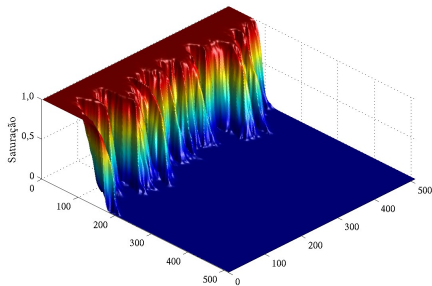
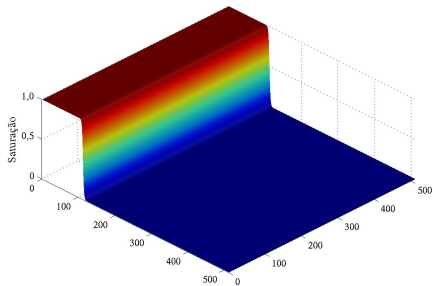
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

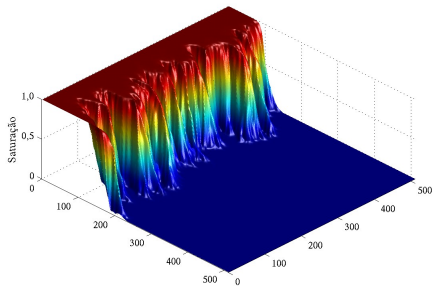
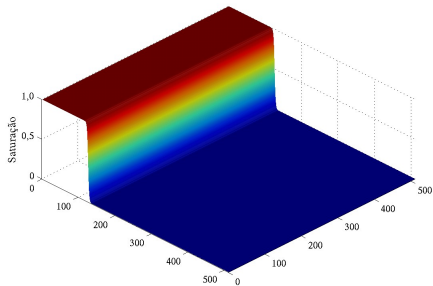
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

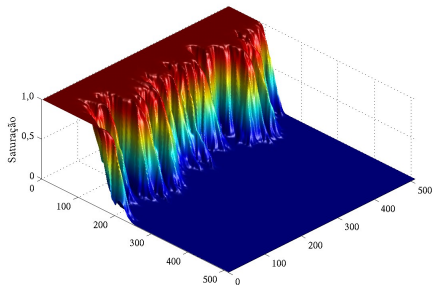
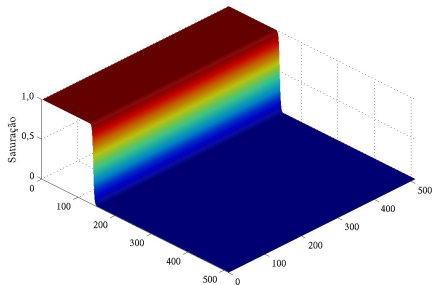
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

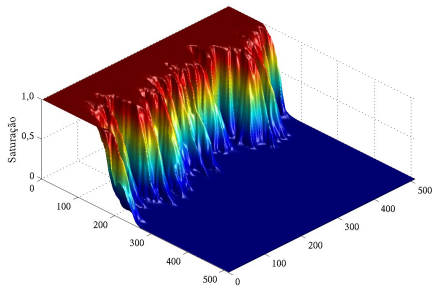
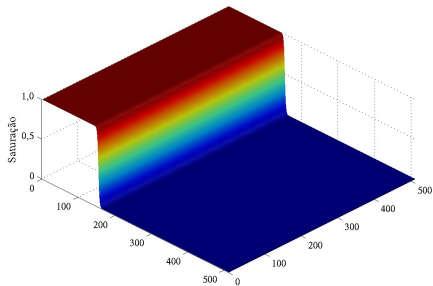
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

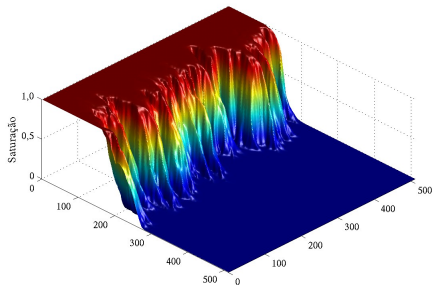
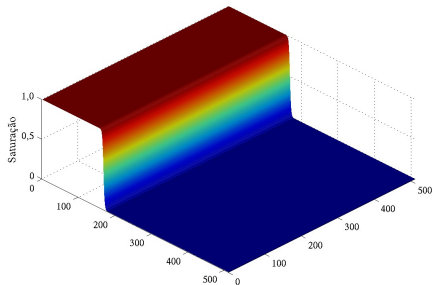
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

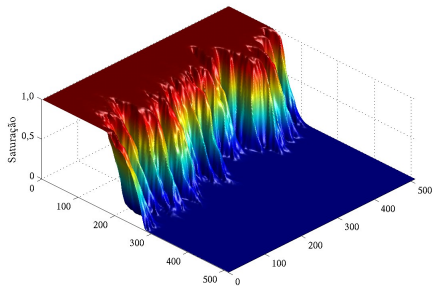
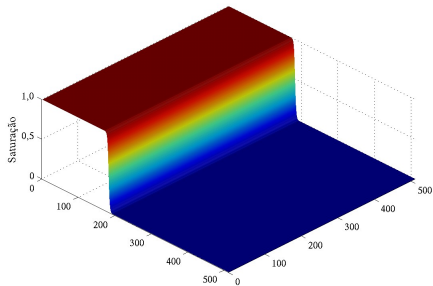
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

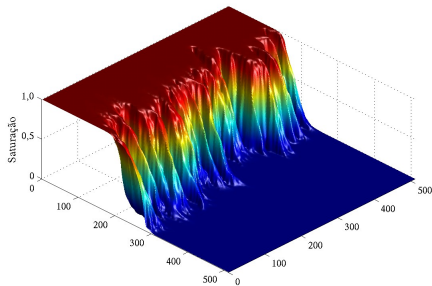
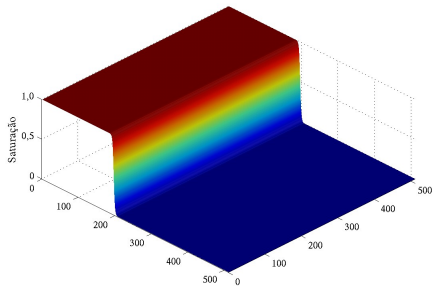
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

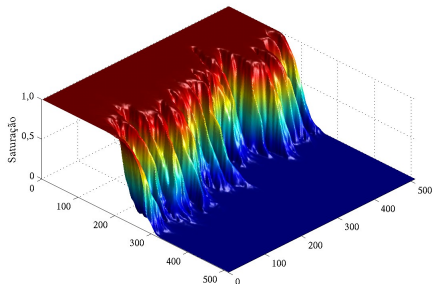
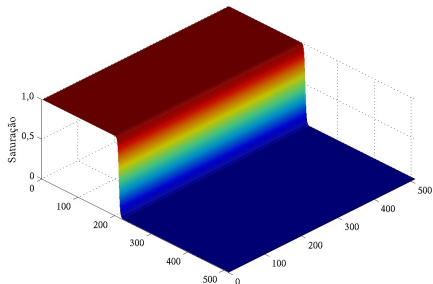
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

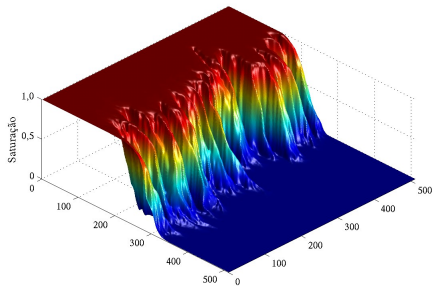
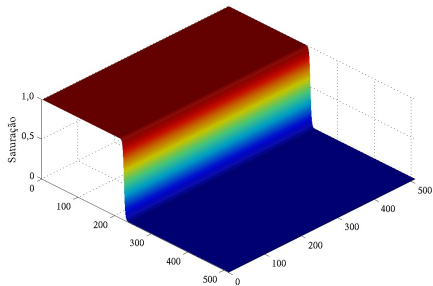
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

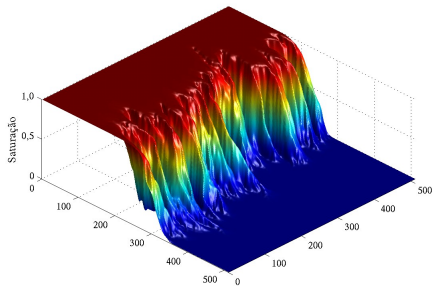
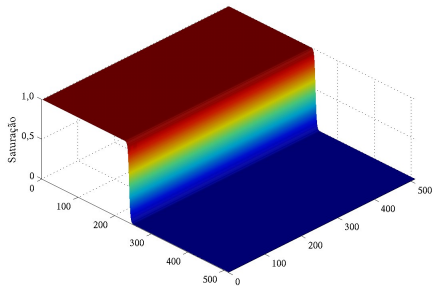
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

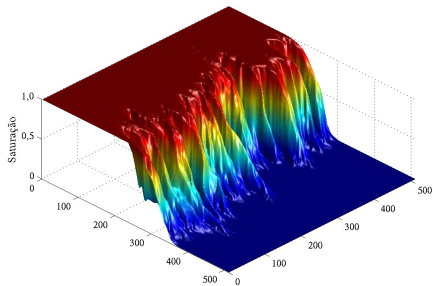
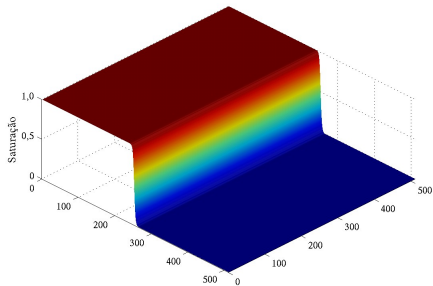
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

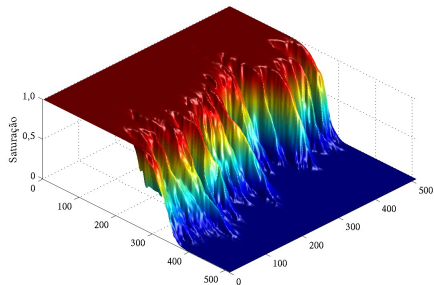
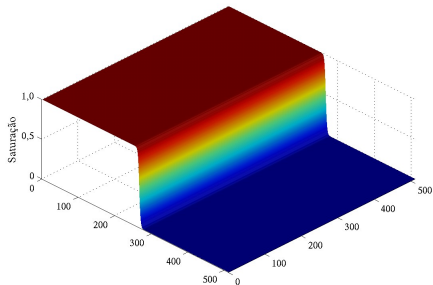
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

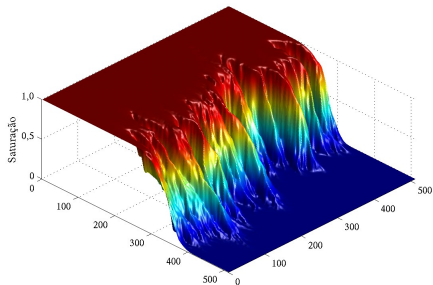
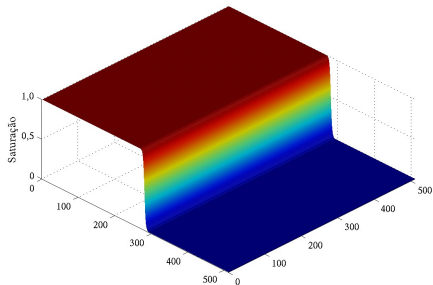
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

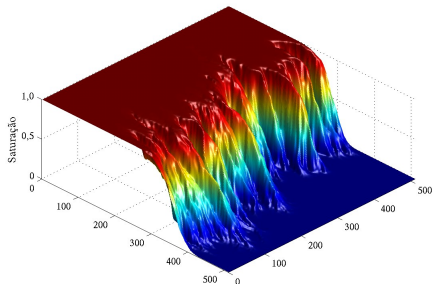
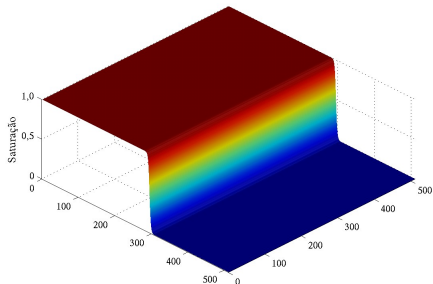
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

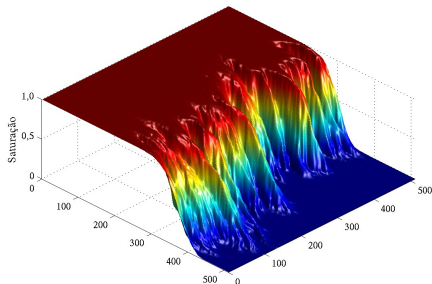
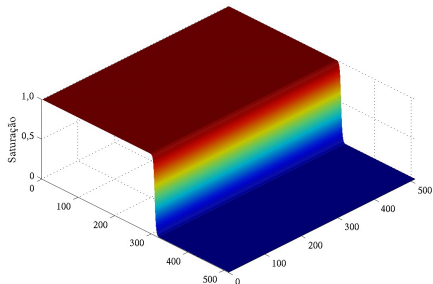
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

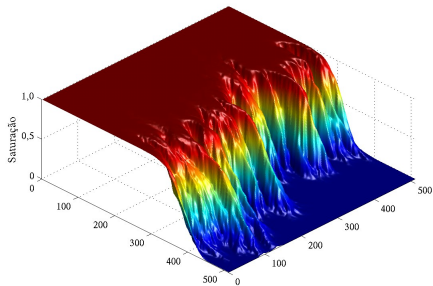
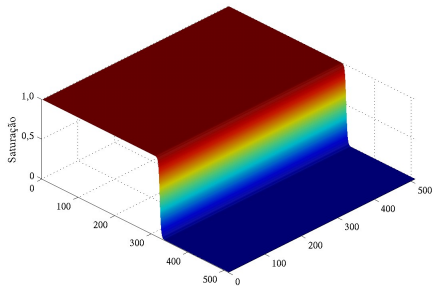
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

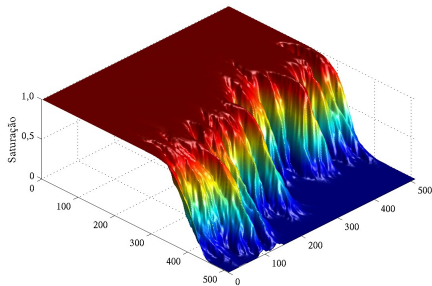
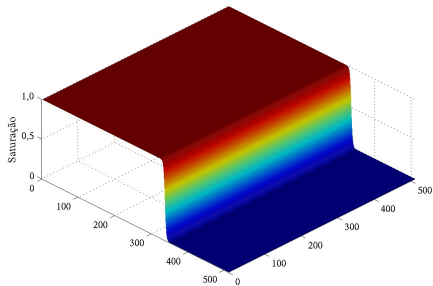
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

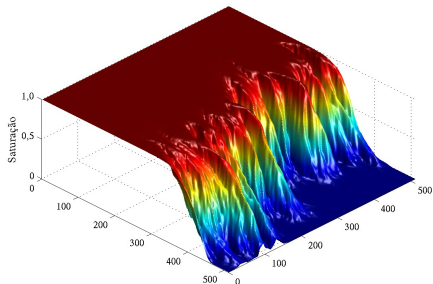
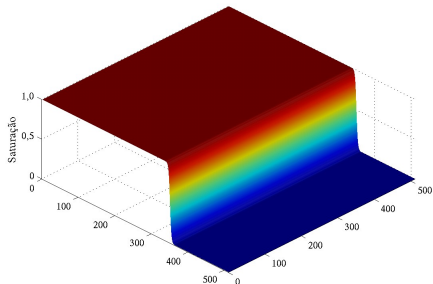
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

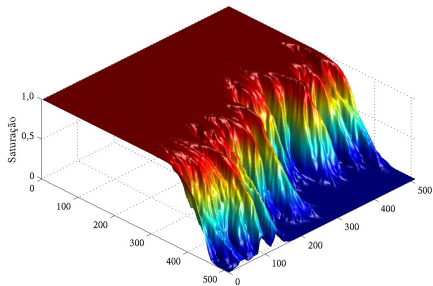
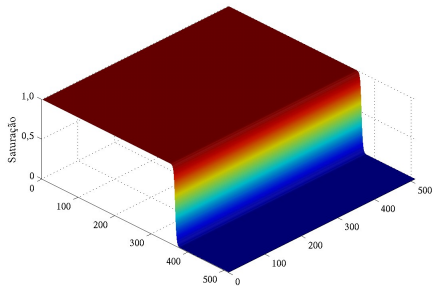
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

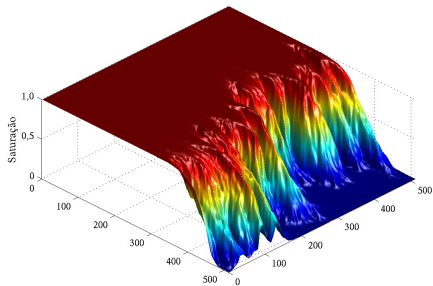
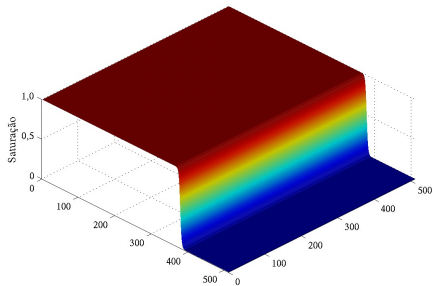
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

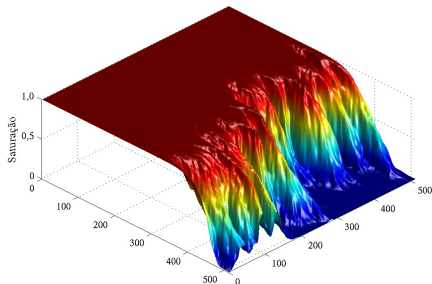
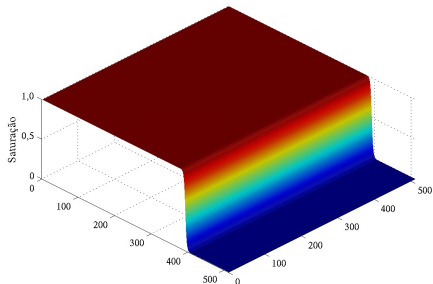
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

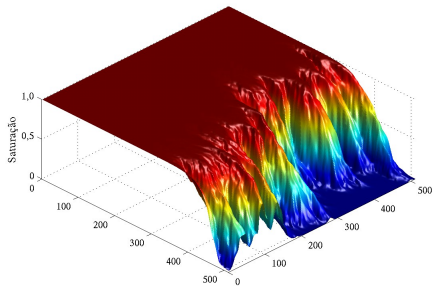
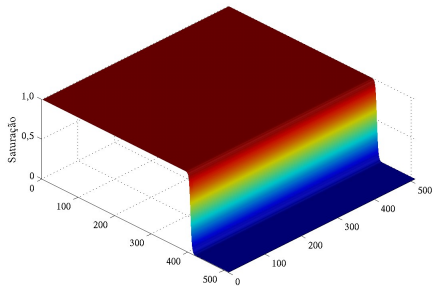
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

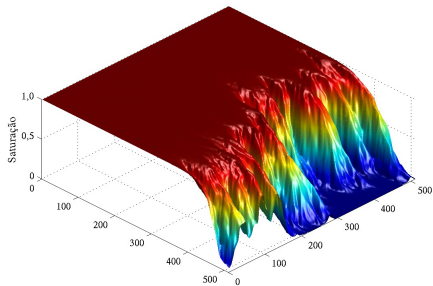
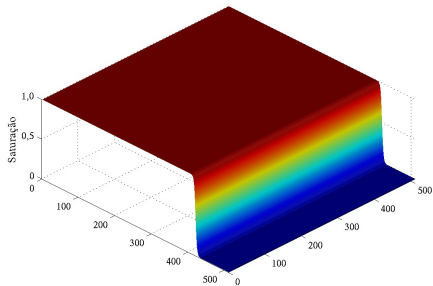
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

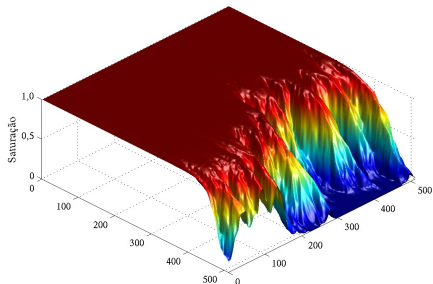
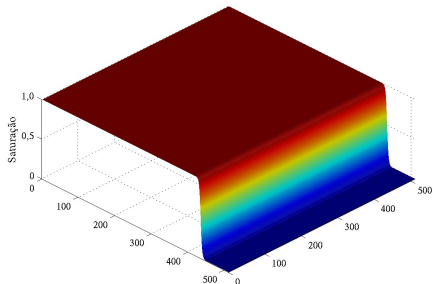
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

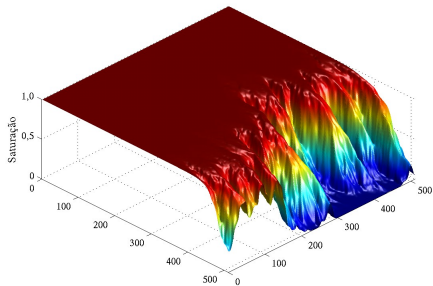
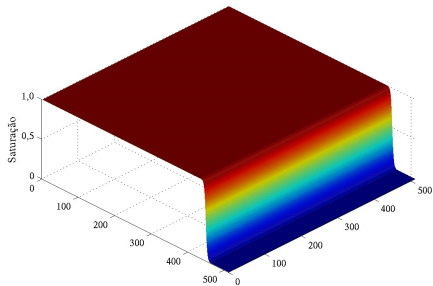
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

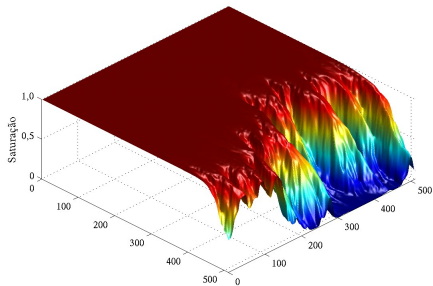
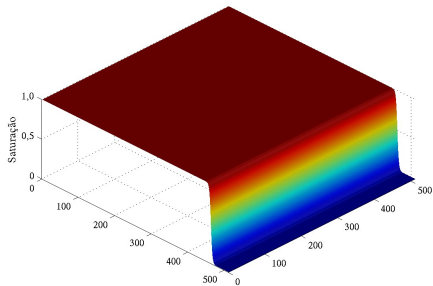
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

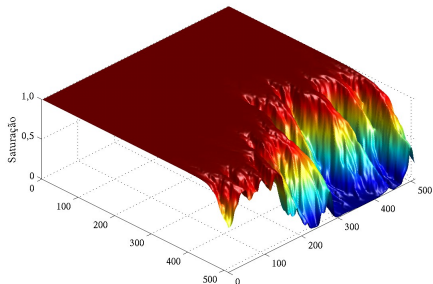
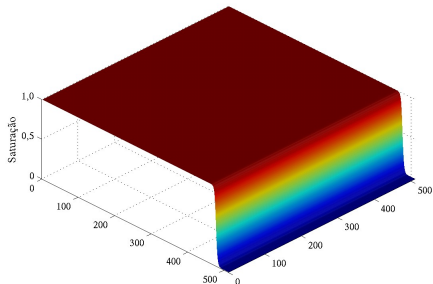
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

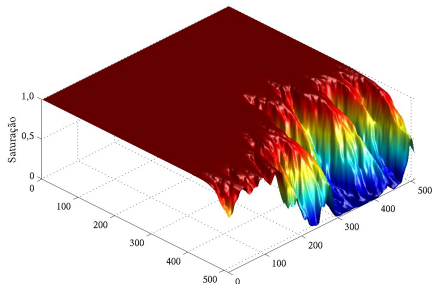
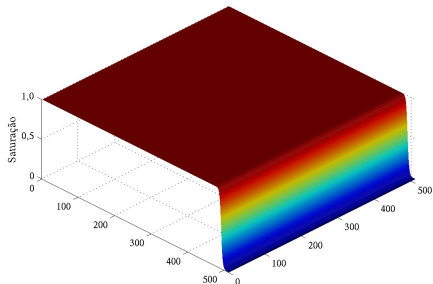
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

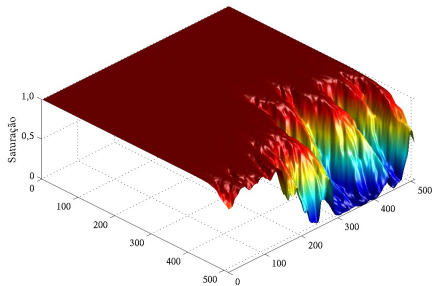
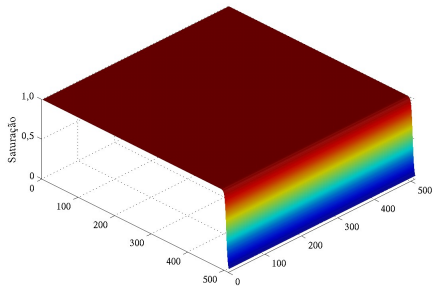
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

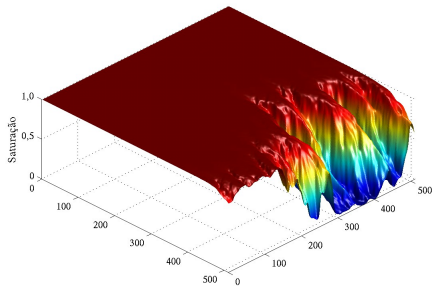
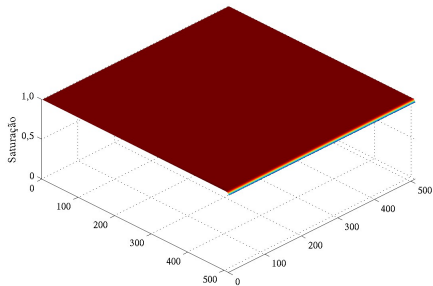
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

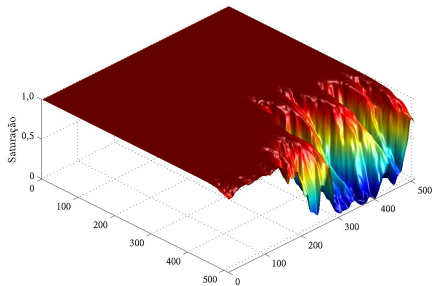
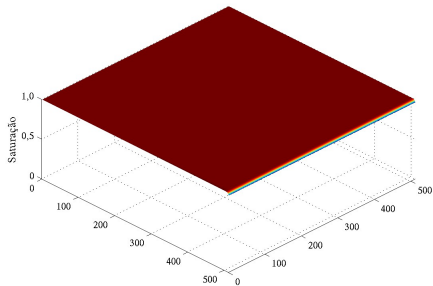
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

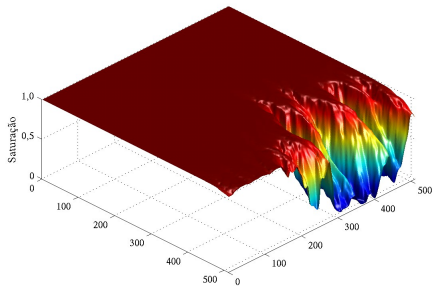
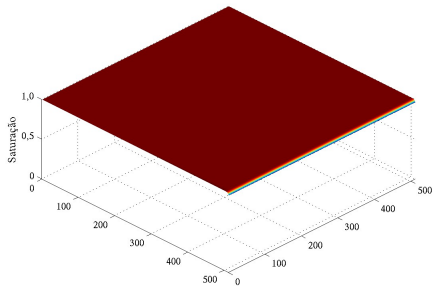
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

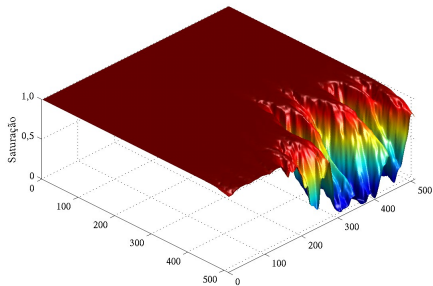
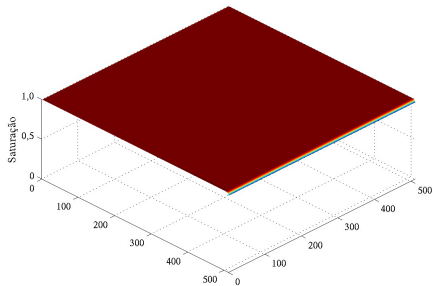
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

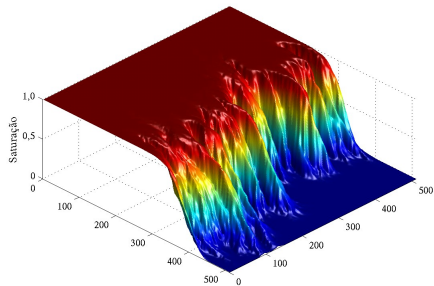
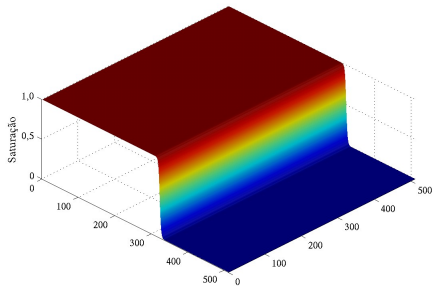
Meio Heterogêneo



Meio Homogêneo

Traçador Passivo

Meio Heterogêneo





Desafio:

Encontrar métodos que, usando observações locais relativamente limitadas, possam extrapolar e capturar o efeito dominante nas largas escalas no sistema de escoamento sub-superficial



Parte II

Modelagem estocástica



Modelagem estocástica em escoamentos em meios porosos

- **Modelo matemático** para o problema de escoamento
 - ▶ **Princípios de Conservação:**
 - ★ massa
 - ★ momento linear
 - ★ energia



Modelagem estocástica em escoamentos em meios porosos

- **Modelo matemático** para o problema de escoamento
 - ▶ **Princípios de Conservação:**
 - ★ massa
 - ★ momento linear
 - ★ energia
- **Modelo geológico** para as propriedades hidráulica das rochas



Modelagem estocástica em escoamentos em meios porosos

- **Modelo matemático** para o problema de escoamento
 - ▶ **Princípios de Conservação:**
 - ★ massa
 - ★ momento linear
 - ★ energia
- **Modelo geológico** para as propriedades hidráulica das rochas
- **Métodos numéricos** para aproximar o problema matemático



Modelagem estocástica em escoamentos em meios porosos

- **Modelo matemático** para o problema de escoamento
 - ▶ **Princípios de Conservação:**
 - ★ massa
 - ★ momento linear
 - ★ energia
- **Modelo geológico** para as propriedades hidráulica das rochas
- **Métodos numéricos** para aproximar o problema matemático
- **Método estocástico** para quantificar a incerteza envolvida



Transporte linear

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c = 0$$

Lei de Darcy

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$



Transporte linear

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c = 0$$

Lei de Darcy

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

Modelagem estocástica

Modelo matemático



Problema modelo:

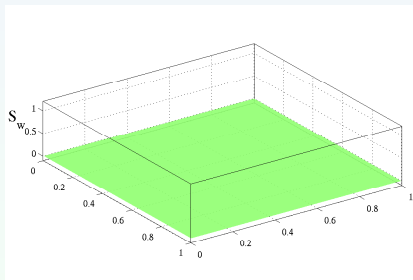
Traçador passivo

Modelagem estocástica

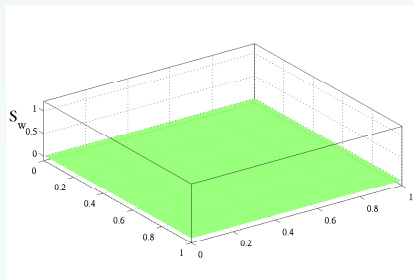
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

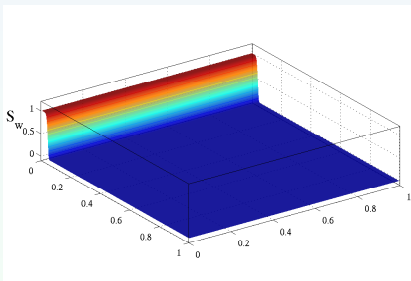


Modelagem estocástica

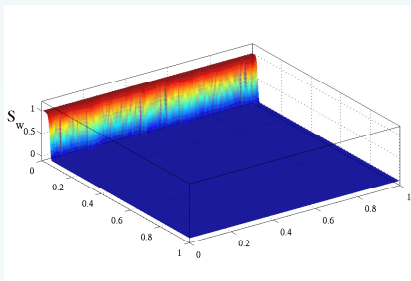
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

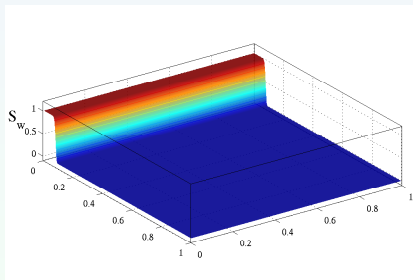


Modelagem estocástica

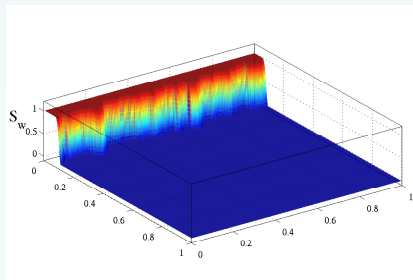
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

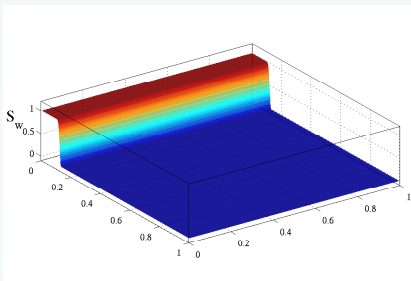


Modelagem estocástica

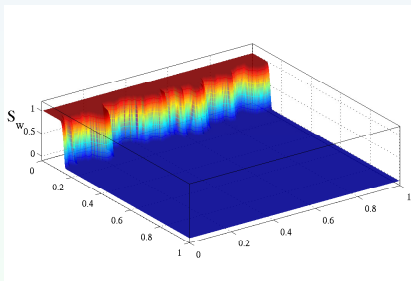
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

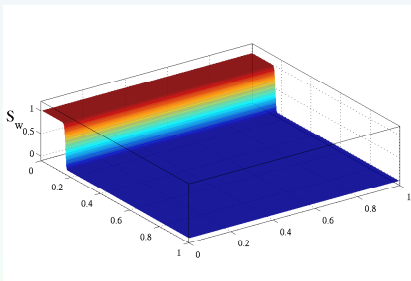


Modelagem estocástica

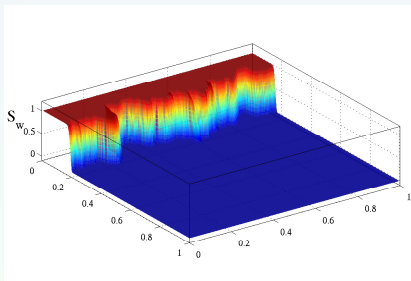
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

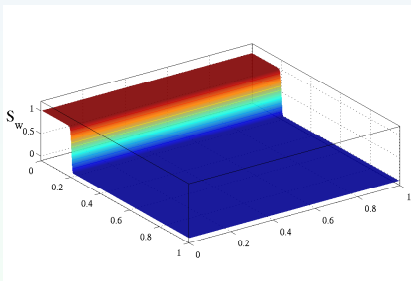


Modelagem estocástica

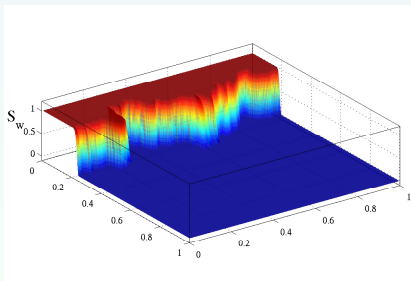
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

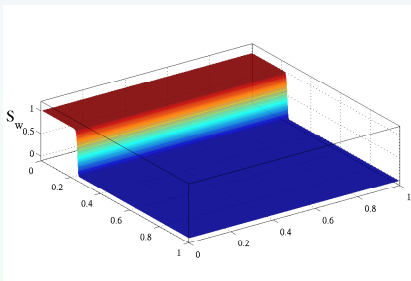


Modelagem estocástica

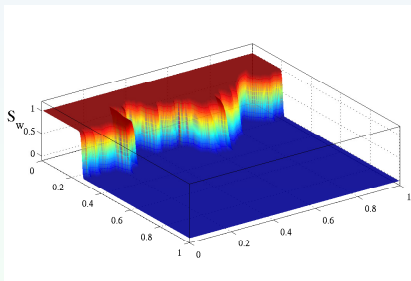
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

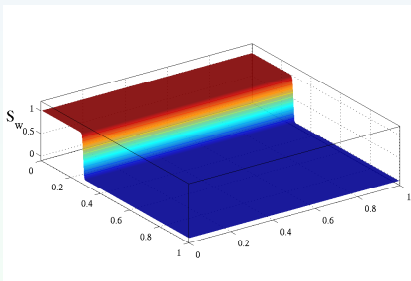


Modelagem estocástica

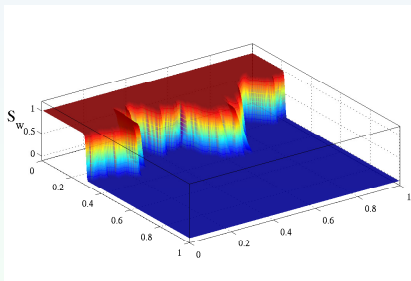
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

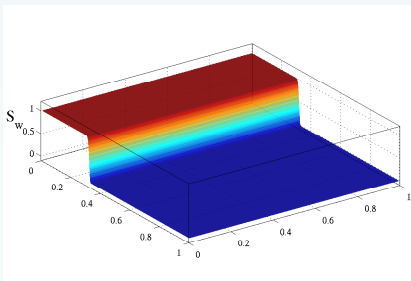


Modelagem estocástica

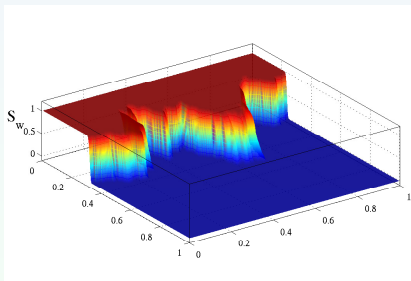
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

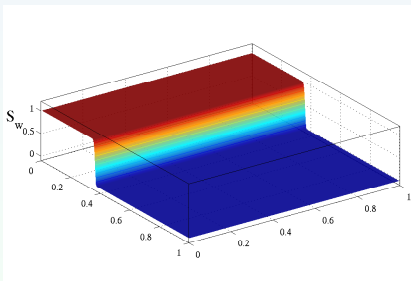


Modelagem estocástica

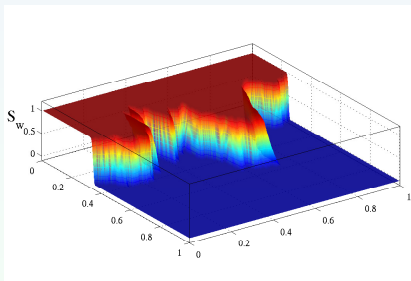
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

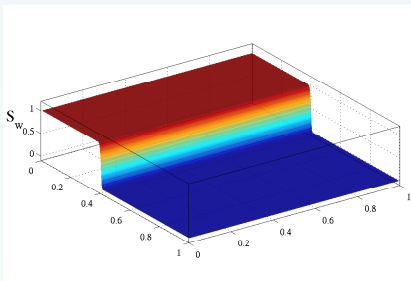


Modelagem estocástica

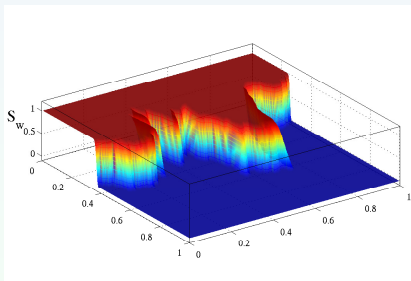
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

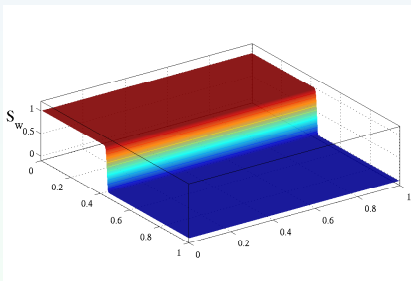


Modelagem estocástica

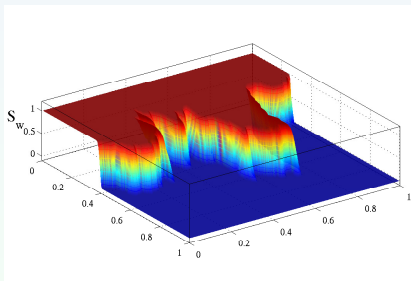
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

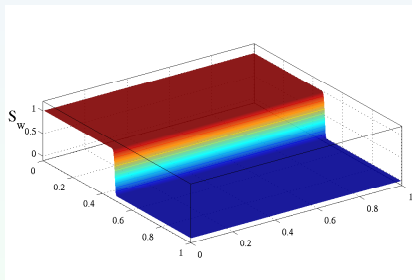


Modelagem estocástica

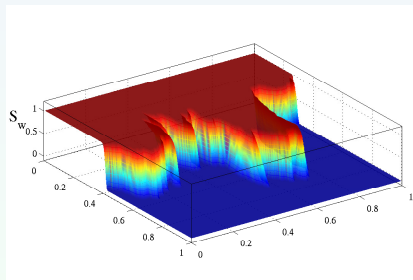
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

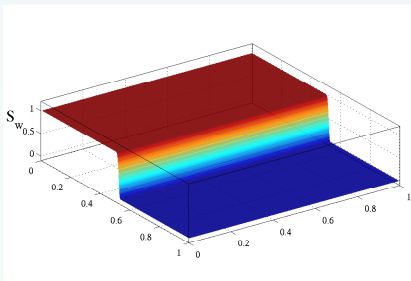


Modelagem estocástica

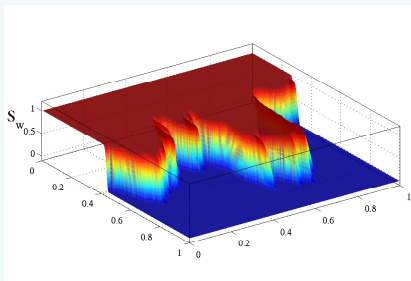
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

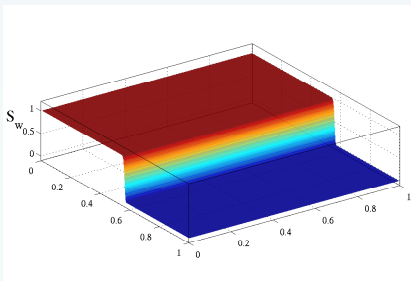


Modelagem estocástica

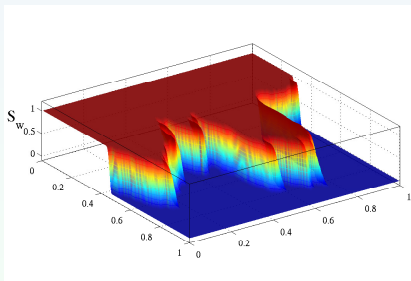
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

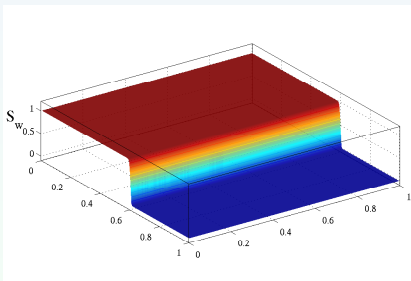


Modelagem estocástica

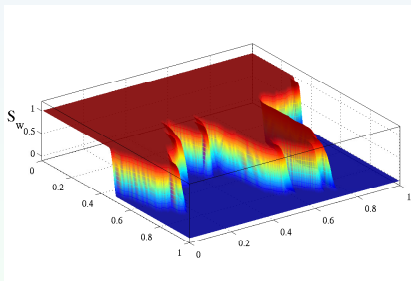
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

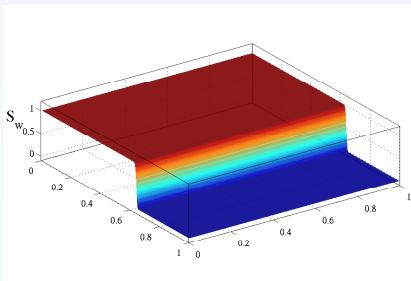


Modelagem estocástica

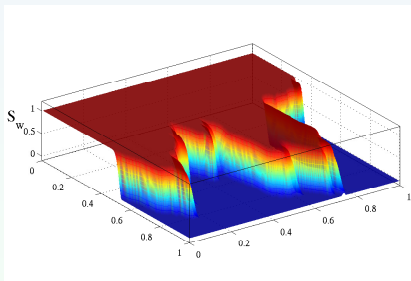
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

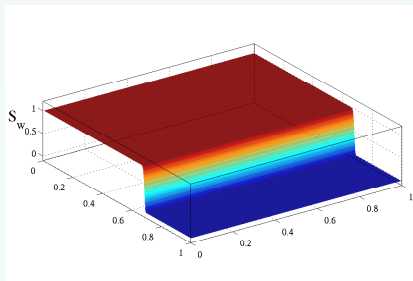


Modelagem estocástica

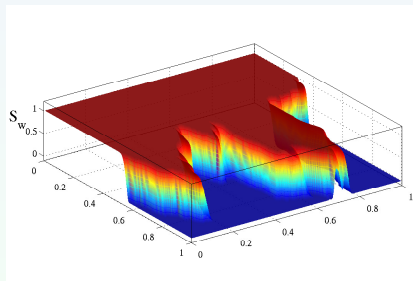
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

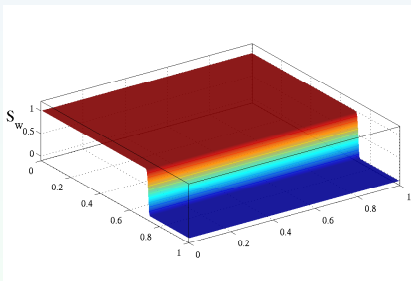


Modelagem estocástica

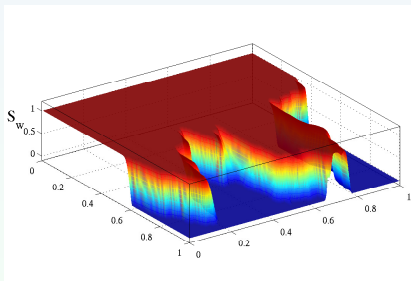
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

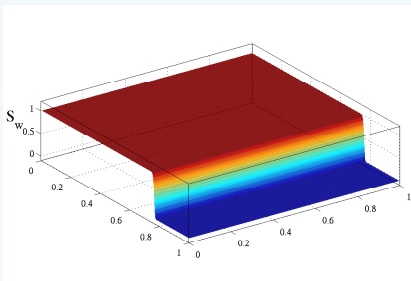


Modelagem estocástica

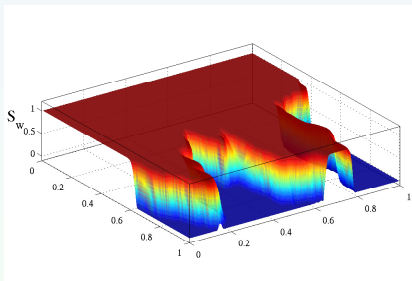
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

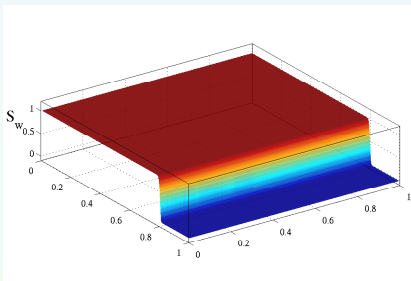


Modelagem estocástica

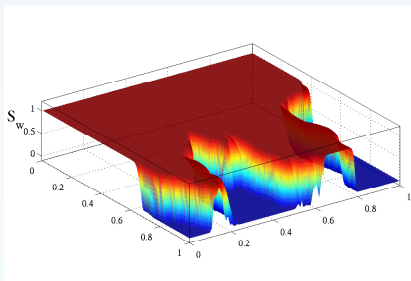
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

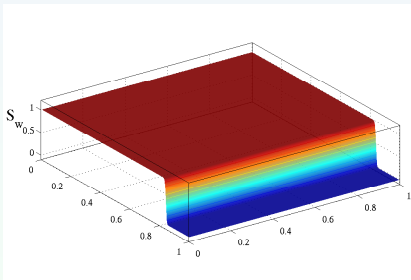


Modelagem estocástica

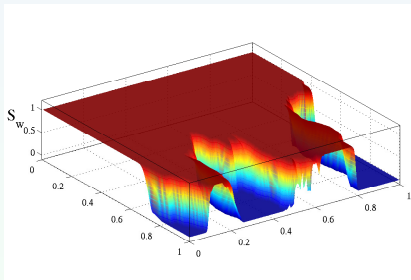
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

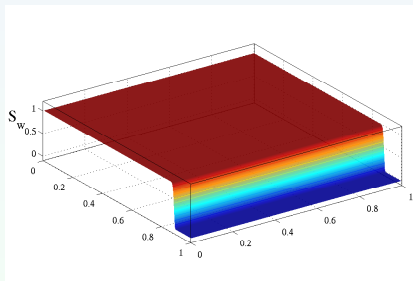


Modelagem estocástica

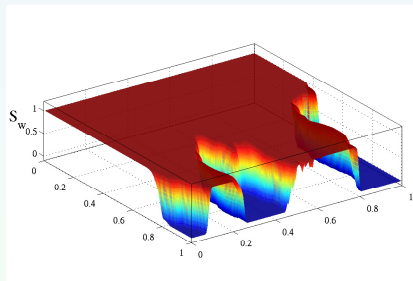
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

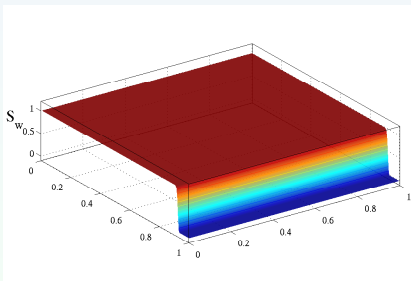


Modelagem estocástica

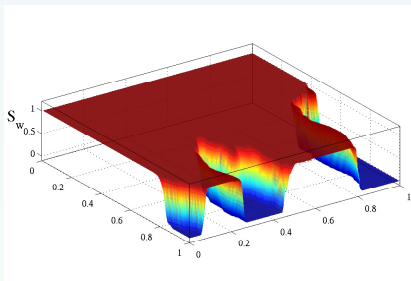
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

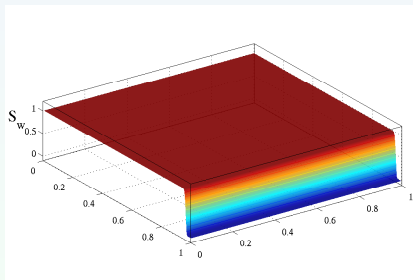


Modelagem estocástica

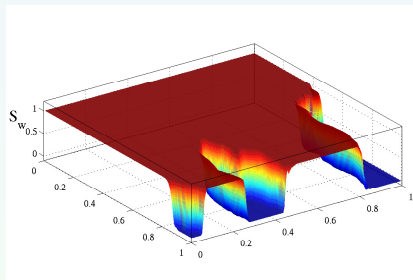
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

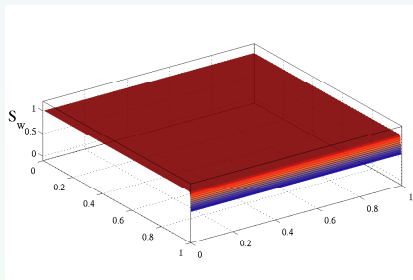


Modelagem estocástica

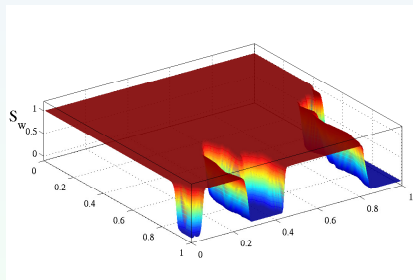
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

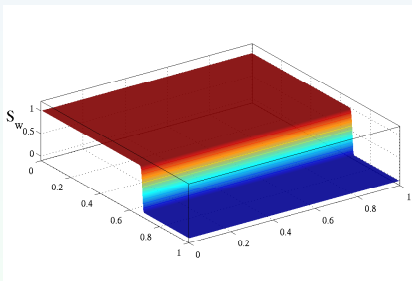


Modelagem estocástica

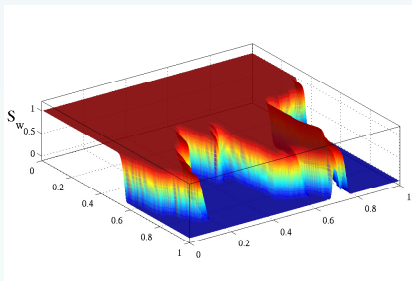
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

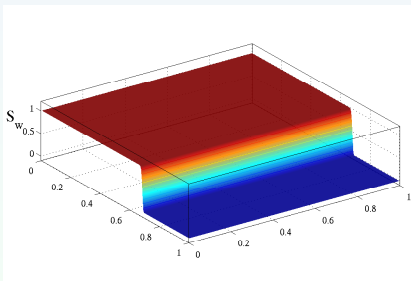


Modelagem estocástica

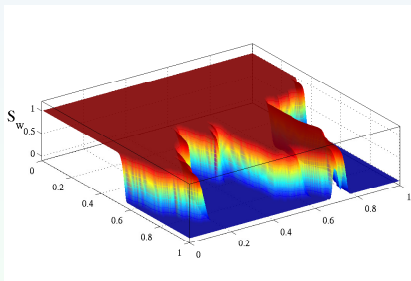
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo





Transporte não-linear

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{v} f_w(s)] = 0$$

Lei de Darcy para fluxos multifásicos

$$\mathbf{v} = -k\lambda(s)\nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$



Modelagem estocástica

Escoamento bifásico

- mobilidade da fase α : $\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}$;
- função fracionária de fluxo: $f_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{\lambda}$, with $\lambda = \lambda_w + \lambda_o$;
- permeabilidades relativas:

$$k_{rw}(s) = \frac{(s - s_{rw})^2}{(1 - s_{rw})^2} \quad \text{e} \quad k_{ro}(s) = \left(1 - \frac{s}{(1 - s_{ro})^2}\right)$$

Modelagem estocástica

Escoamento bifásico



Problema modelo:

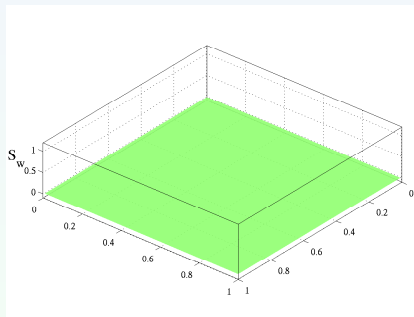
Escoamento bifásico (água-óleo)

Modelagem estocástica

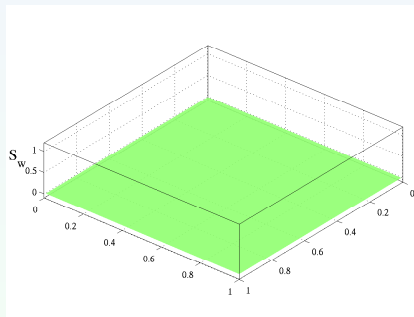
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

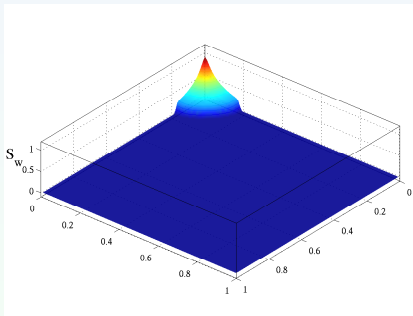


Modelagem estocástica

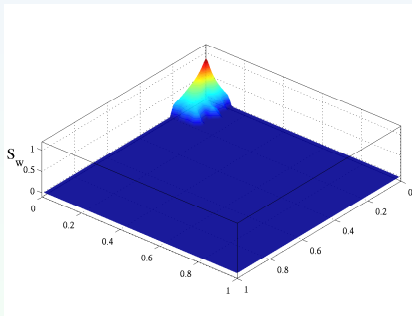
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

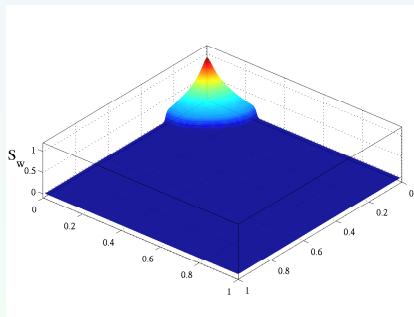


Modelagem estocástica

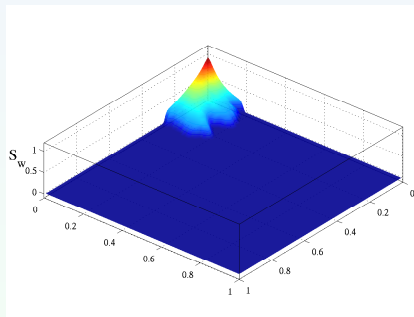
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

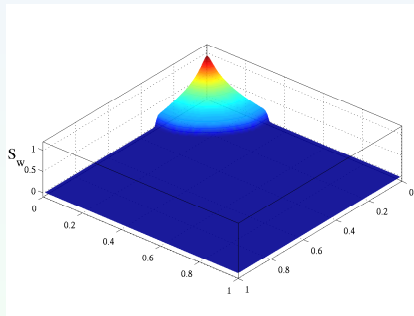


Modelagem estocástica

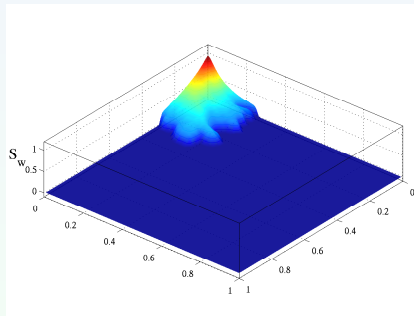
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

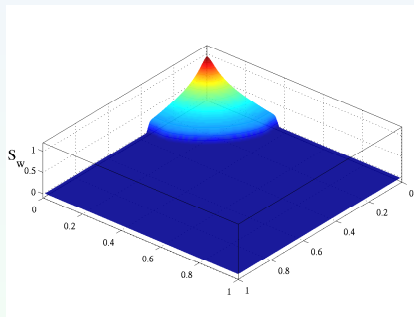


Modelagem estocástica

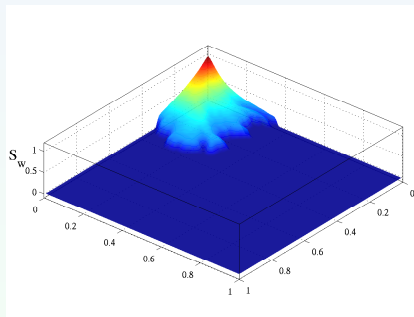
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

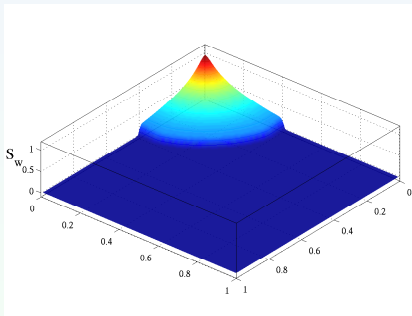


Modelagem estocástica

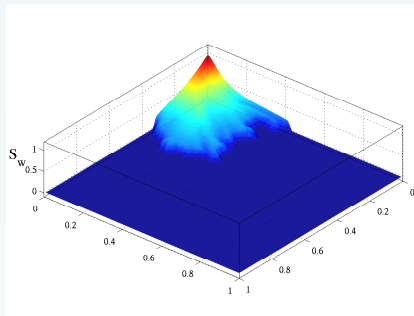
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

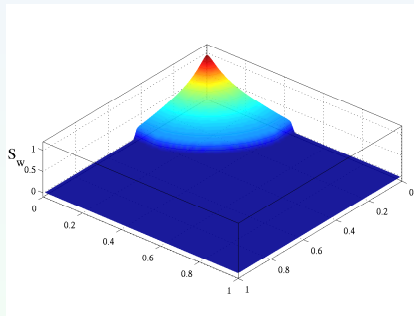


Modelagem estocástica

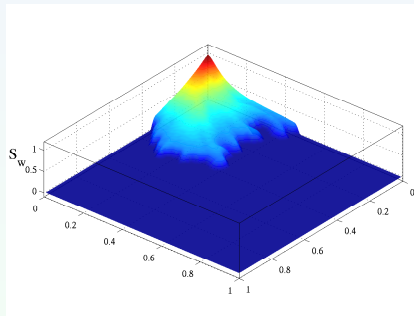
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

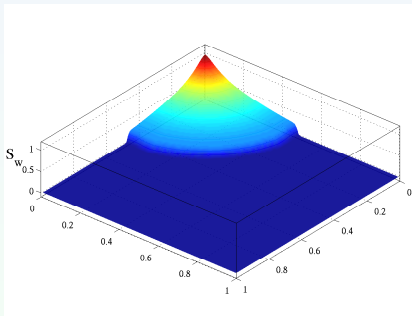


Modelagem estocástica

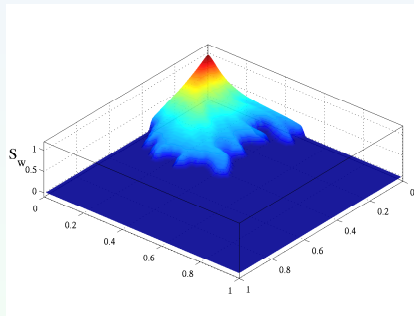
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

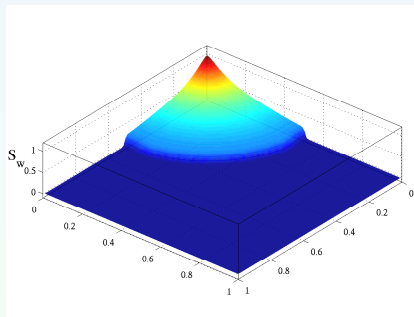


Modelagem estocástica

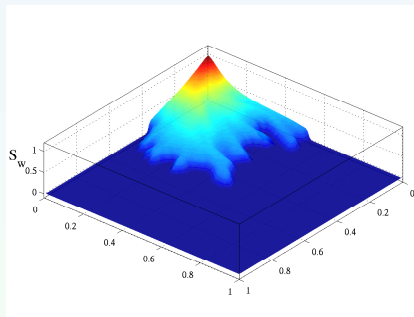
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

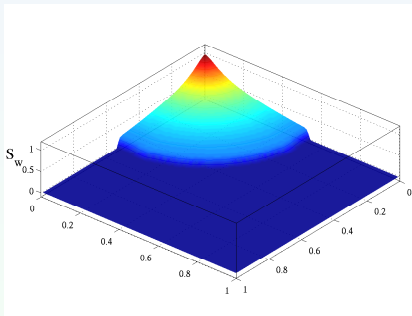


Modelagem estocástica

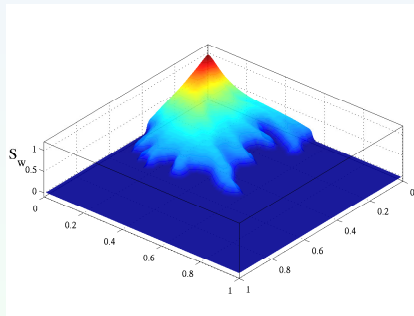
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

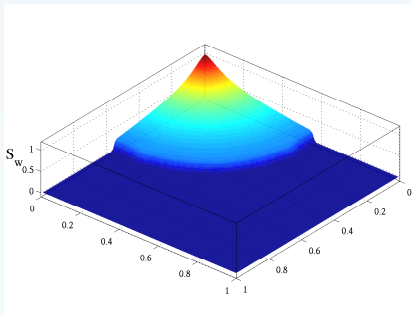


Modelagem estocástica

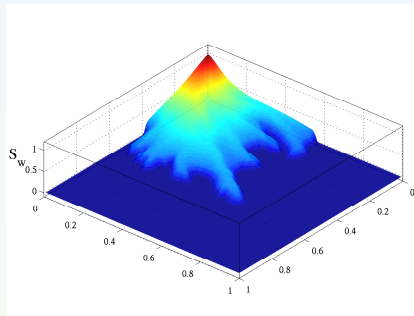
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

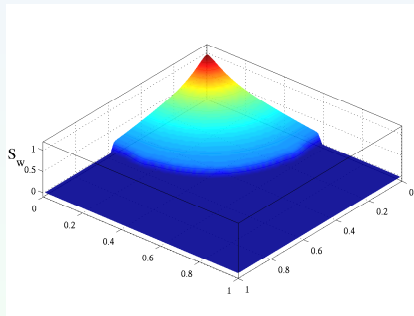


Modelagem estocástica

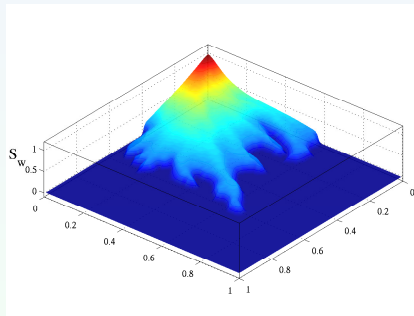
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

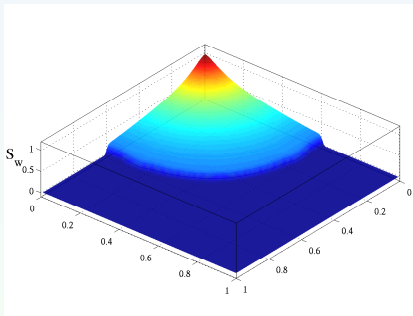


Modelagem estocástica

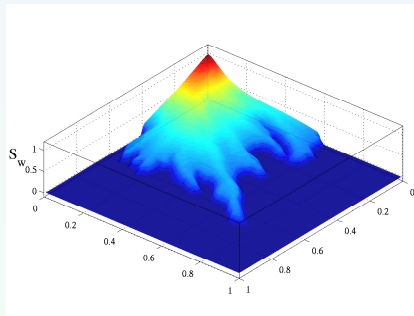
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

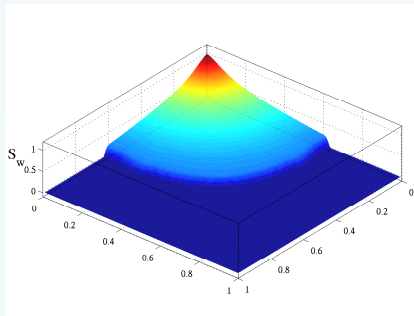


Modelagem estocástica

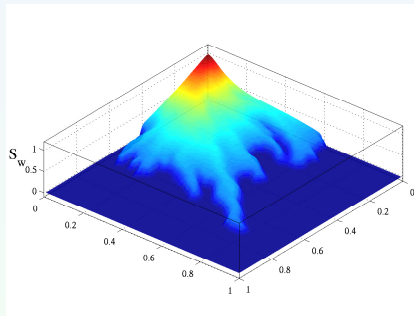
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

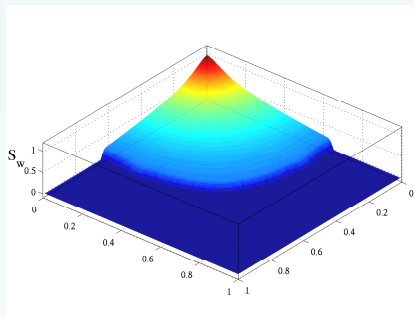


Modelagem estocástica

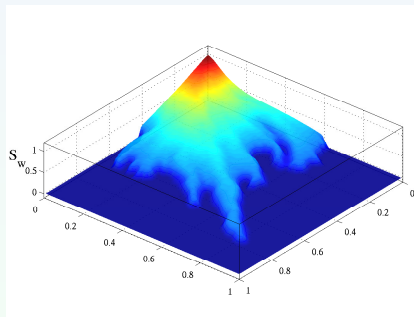
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

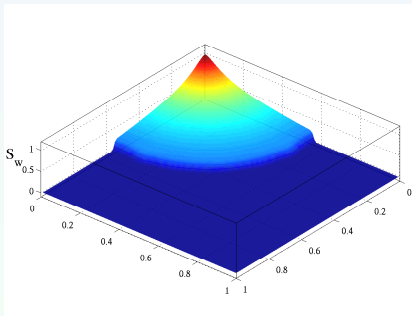


Modelagem estocástica

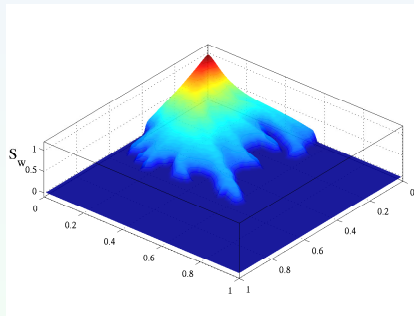
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo

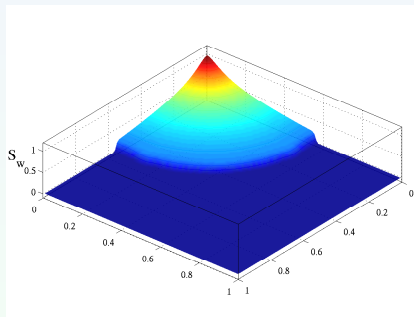


Modelagem estocástica

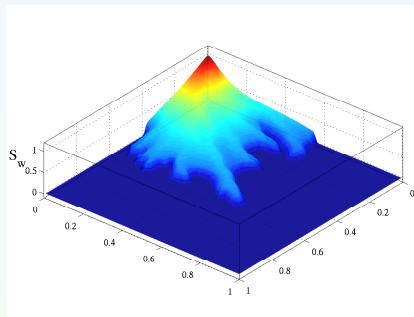
Modelo matemático



Homogêneo



Heterogêneo





- **Modelo geológico**

- ▶ **Dados estáticos**

- ✓ amostras de rochas
 - ✓ dados sísmicos



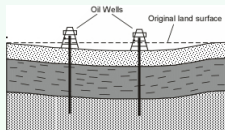
- **Modelo geológico**

- ▶ **Dados estáticos**

- ✓ amostras de rochas
 - ✓ dados sísmicos

- ▶ **Dados dinâmicos**

- ✓ testes de poços
 - ✓ histórico de pressões
 - ✓ produção
 - ✓ traçadores
 - ✓ medidas de subsidência





- A porosidade e a permeabilidade normalmente são tratadas como campos aleatórios [Dagan(1989), Gelhar(1993)]

$$k(\mathbf{x}) = \exp(Y_k(\mathbf{x})) \quad \text{e} \quad \phi(\mathbf{x}) = \exp(Y_\phi(\mathbf{x}))$$

- Y_α , $\alpha = \phi, k$ é um campo gaussiano caracterizado por:
 - ▶ $\langle Y_\alpha(\mathbf{x}) \rangle$
 - ▶ $C_{Y_\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \langle \tilde{Y}_\alpha(\mathbf{x}) \tilde{Y}_\alpha(\mathbf{y}) \rangle$, $\tilde{Y}_\alpha := Y_\alpha - \langle Y_\alpha \rangle$
- Hipóteses sobre Y_α :
 - ▶ estacionário de segunda ordem
 - ▶ função de covariância:



Fractal:

$$C_Y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|^{-\beta}, \quad \beta > 0$$

Exponencial:

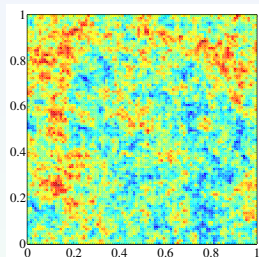
$$C_Y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{\ell}\right), \quad \ell > 0$$

Exponencial quadrática:

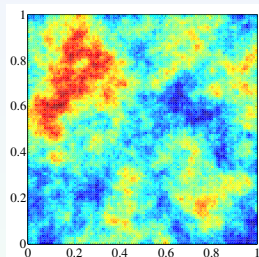
$$C_Y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2}{2\ell^2}\right).$$

Modelagem estocástica

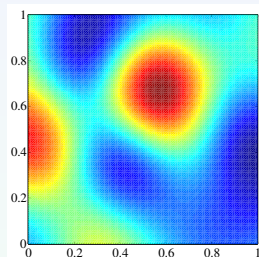
Modelo geológico



(a) Fractal, $\beta = 0.5$



(b) Exponencial, $\ell = 0.2$



(c) Exponencial quadrática, $\ell = 0.2$

Figura 2: Campos aleatórios gaussianos. Malha 100×100 e $\sigma^2 = 1.0$.

Modelagem estocástica

Modelo geológico



Problema modelo:

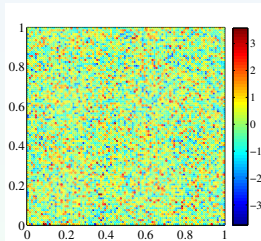
Transporte linear

Modelagem estocástica

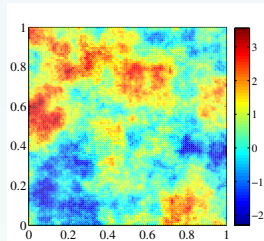
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

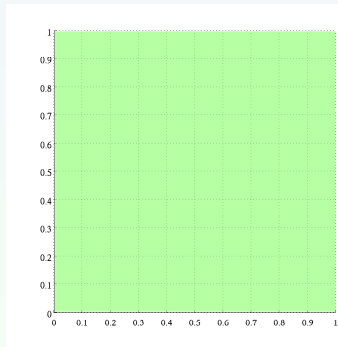
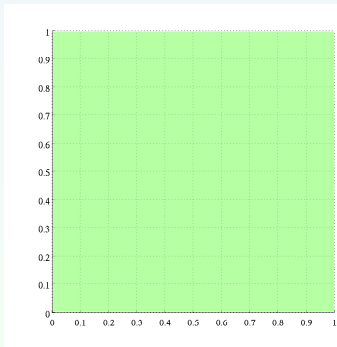
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

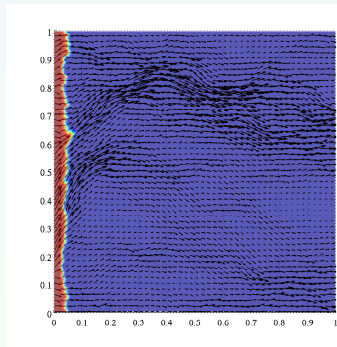
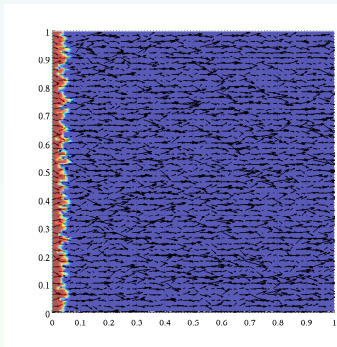
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

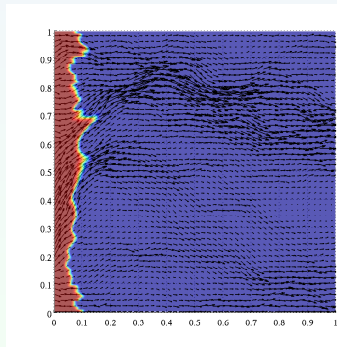
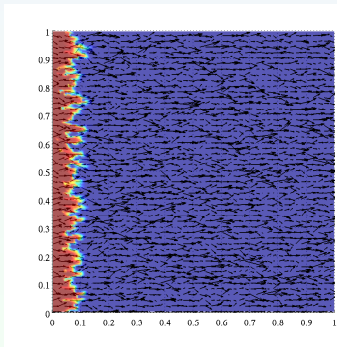
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

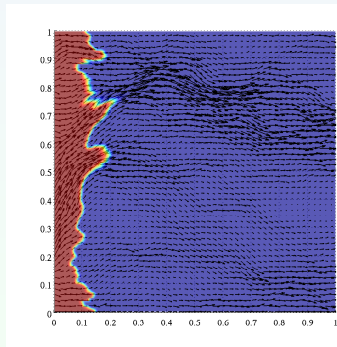
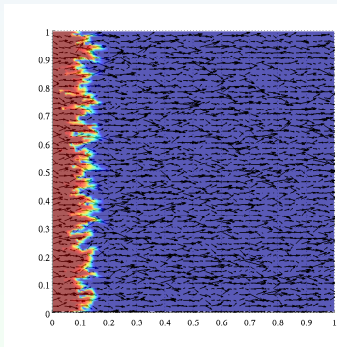
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

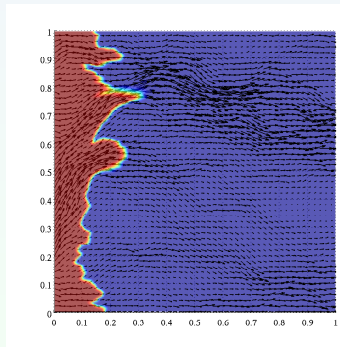
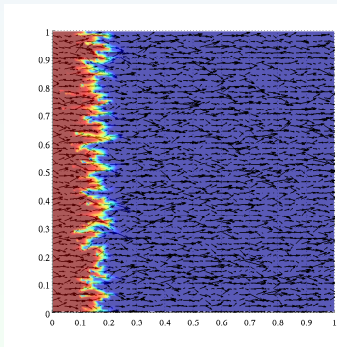
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

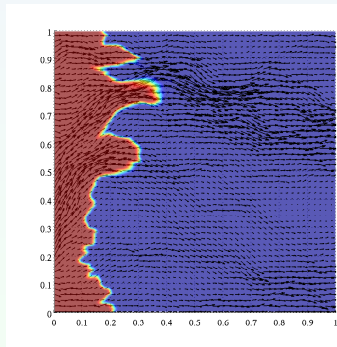
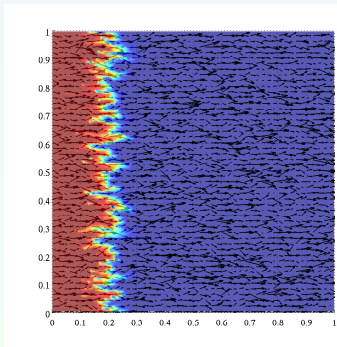
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

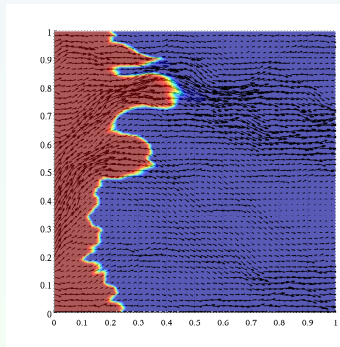
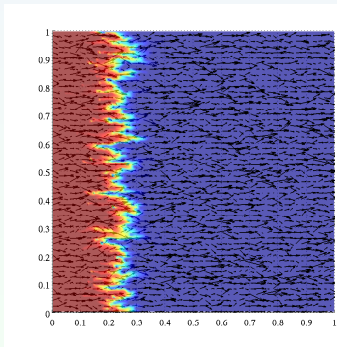
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

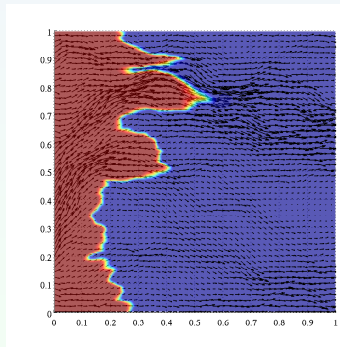
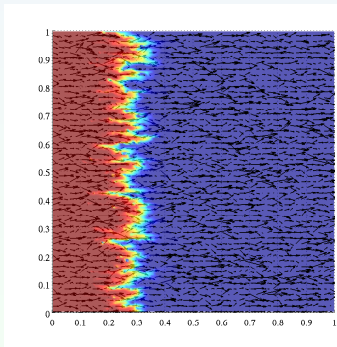
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

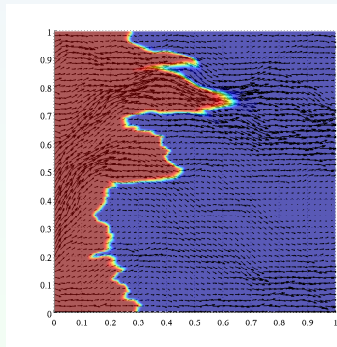
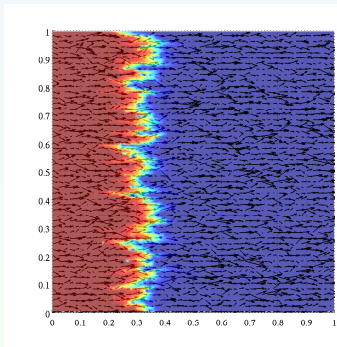
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

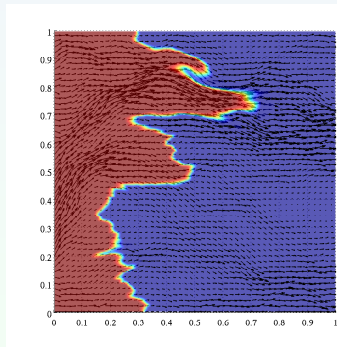
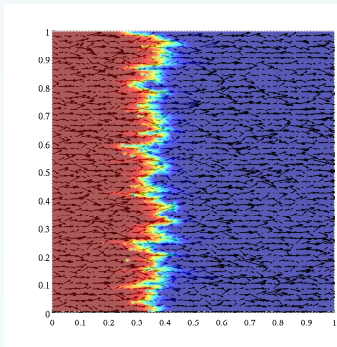
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

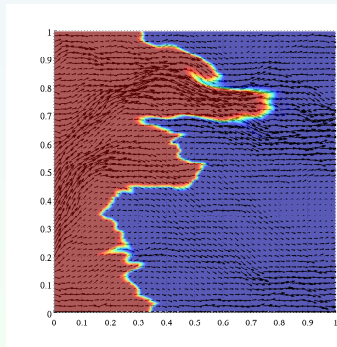
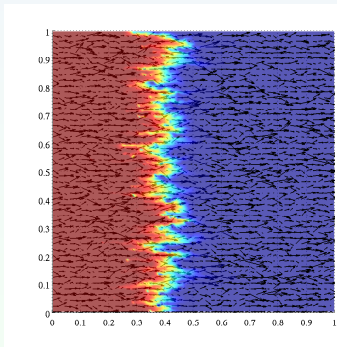
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

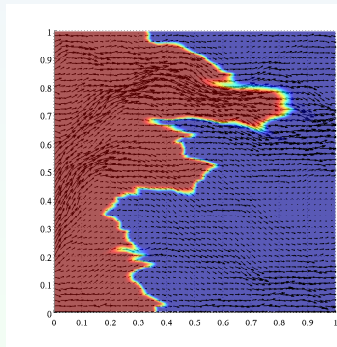
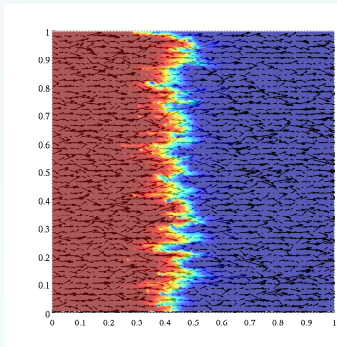
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

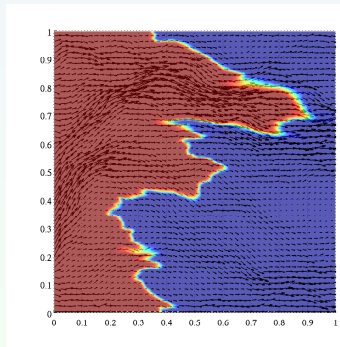
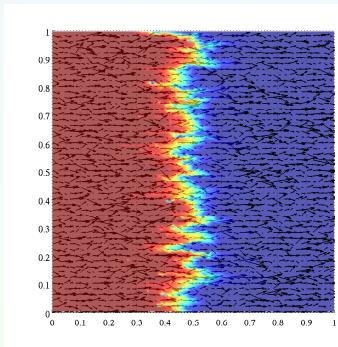
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

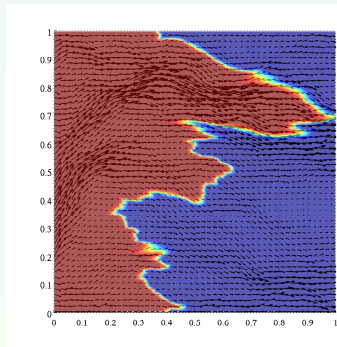
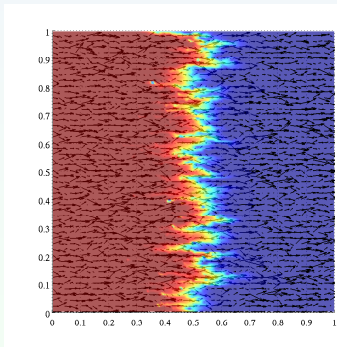
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

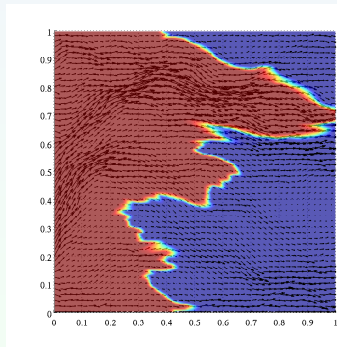
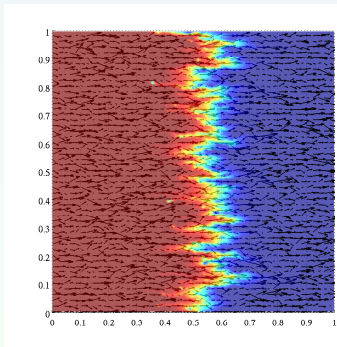
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

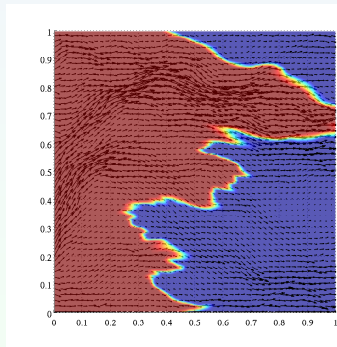
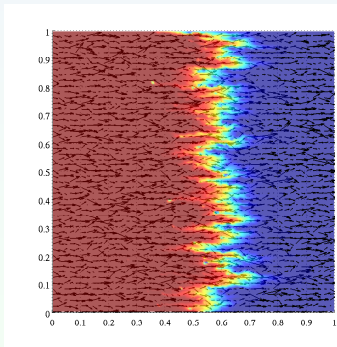
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

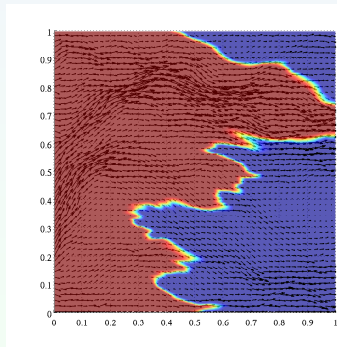
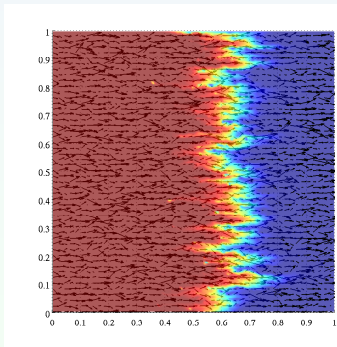
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

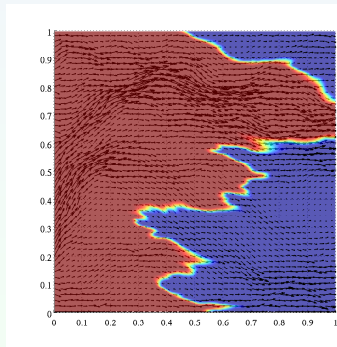
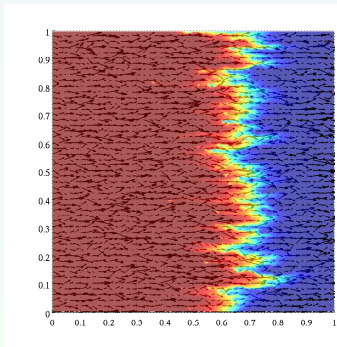
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

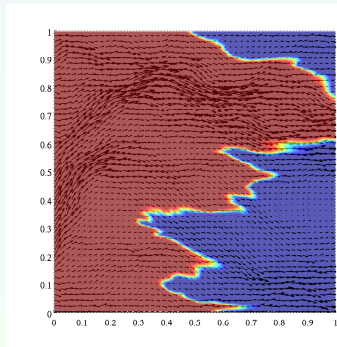
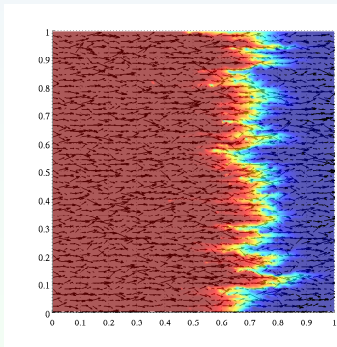
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

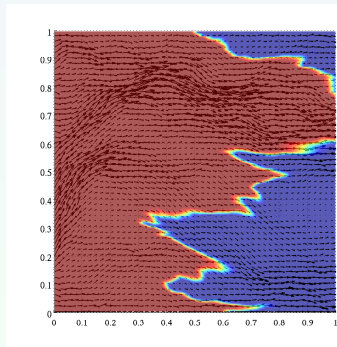
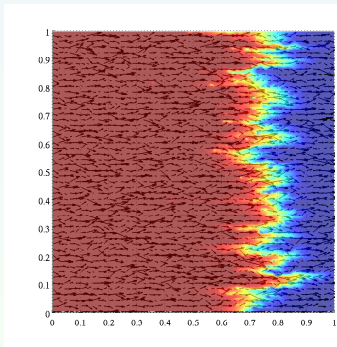
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

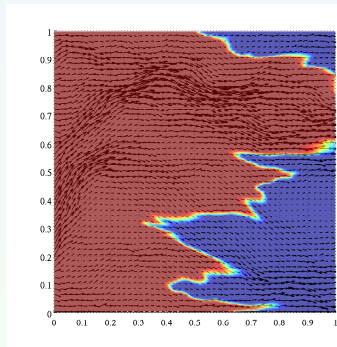
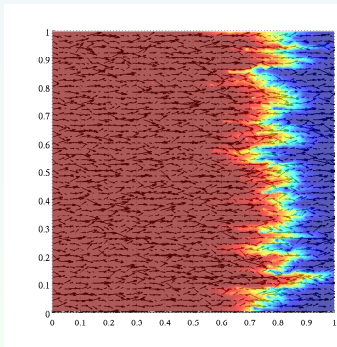
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

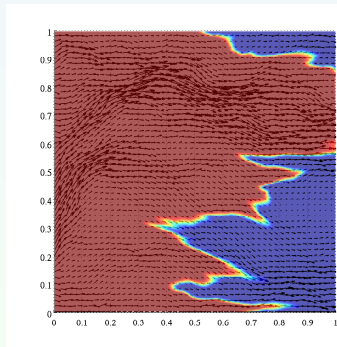
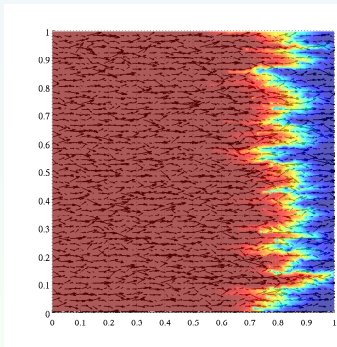
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

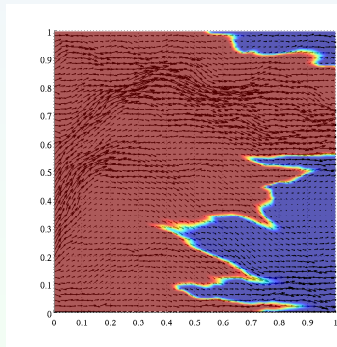
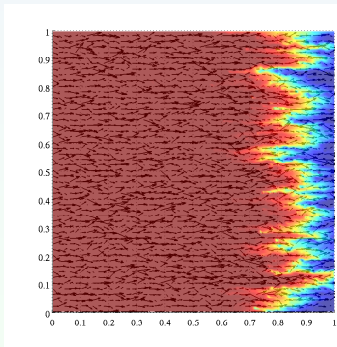
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

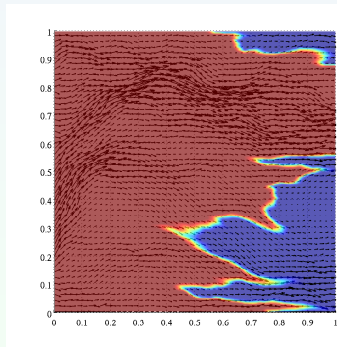
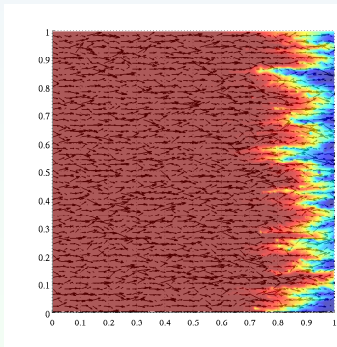
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado



Modelagem estocástica

Modelo geológico



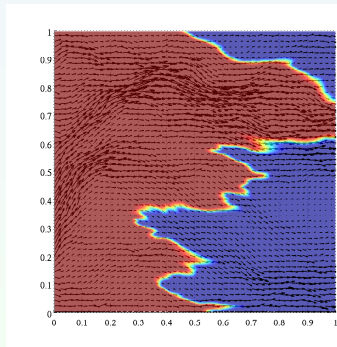
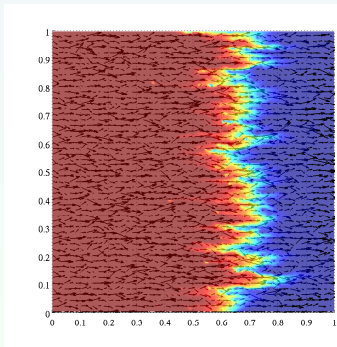
Campo não correlacionado



Campo correlacionado



▶ play



Modelagem estocástica

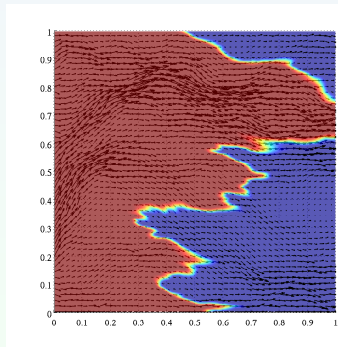
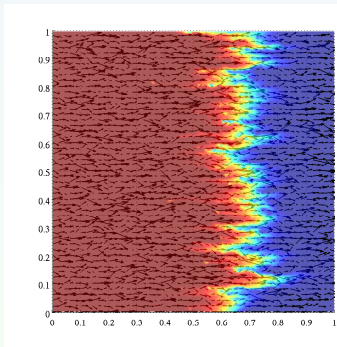
Modelo geológico



Campo não correlacionado



Campo correlacionado





Método de Monte Carlo

- **Princípio do método:**
 - ▶ amostragem estatística
 - ▶ baseado na idéia de aproximar o processo estocástico por um grande número realizações igualmente prováveis



Método de Monte Carlo

- **Princípio do método:**
 - ▶ amostragem estatística
 - ▶ baseado na idéia de aproximar o processo estocástico por um grande número realizações igualmente prováveis
- **Vantagem:**
 - ▶ método direto para resolução de equações estocásticas



Método de Monte Carlo

- **Princípio do método:**

- ▶ amostragem estatística
- ▶ baseado na idéia de aproximar o processo estocástico por um grande número realizações igualmente prováveis

- **Vantagem:**

- ▶ método direto para resolução de equações estocásticas

- **Desvantagem:**

- ▶ alto custo computacional



- **Metodologia:**

- ▶ geração dos campos aleatórios independentes
 - ★ qualidade dos campos



- **Metodologia:**

- ▶ geração dos campos aleatórios independentes
 - ★ qualidade dos campos
- ▶ resolver, sobre cada realização, as equações governantes (determinístico)
 - ★ métodos numéricos
 - ★ dimensões dos experimentos



● Metodologia:

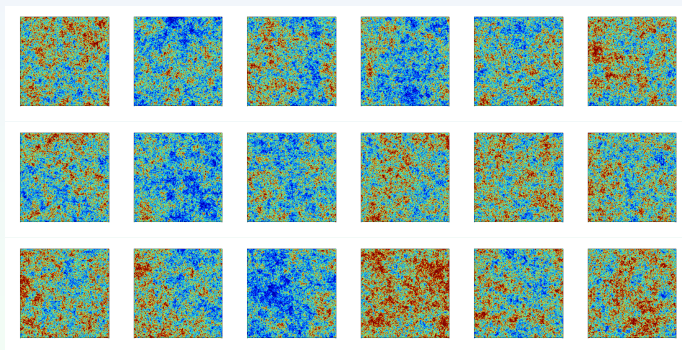
- ▶ geração dos campos aleatórios independentes
 - ★ qualidade dos campos
- ▶ resolver, sobre cada realização, as equações governantes (determinístico)
 - ★ métodos numéricos
 - ★ dimensões dos experimentos
- ▶ tomar a média sobre todas as realizações e obter os momentos estatísticos ou as distribuições das características de interesse
 - ★ convergência estatística
 - ★ convergência numérica

Modelagem estocástica

Modelo estocástico



- Conjunto de campos de permeabilidades $k(\vec{x})$





Modelagem estocástica

Inferência Bayesiana

- Dado um conjunto de informações de campo D_{ref} , medidos com alguma precisão, queremos amostrar k , tal que $P(k|D_{\text{ref}})$.

- ▶ Do teorema de Bayes temos

$$\pi(k) = P(k|D_{\text{ref}}) \propto P(D_{\text{ref}}|k) P(k)$$

- ★ $P(k)$ distribuição *a priori*

- ★ $P(F|k)$ é a função de verossimilhança

- ▶ Erro entre os dados simulados e de referência

$$\mathbb{E}_k := \|D_{\text{ref}} - D_k\|^2 \sim$$



- ★ D_k dados simulados

- ▶ Verossimilhança

$$P(D_{\text{ref}}|k) = \exp\left(-\frac{\|D_{\text{ref}} - D_k\|^2}{2\sigma^2}\right)$$

- O objetivo é amostrar, propriamente, a distribuição *a posteriori*:

$$\pi(k) = P(k|F)$$



Modelagem estocástica

Metropolis-Hastings MCMC [Robert and Casella(2005)]

Algoritmo:

Passo 1 Em k_n gerar uma proposta k a partir de $q(k'|k_n)$ (*proposal distribution*)

Passo 2 Aceitamos k com uma probabilidade

$$\rho(k_n, k) = \min \left(1, \frac{q(k_n|k) \pi(k)}{q(k|k_n) \pi(k_n)} \right),$$

i.e., tome, $k_{n+1} = k$ com probabilidade $\rho(k_n, k)$ e $k_{n+1} = k_n$ com probabilidade $1 - \rho(k_n, k)$



Problemas:

- **problema mal-posto**;
- **dimensão estocástica** \Rightarrow baixas taxas de aceitação;
- **problemas em escalas finas.**

COMPUTACIONALMENTE CARO



Problemas:

- problema mal-posto;
- **dimensão estocástica** \Rightarrow baixas taxas de aceitação;
- problemas em escalas finas.

COMPUTACIONALMENTE CARO



Problemas:

- problema mal-posto;
- dimensão estocástica \Rightarrow baixas taxas de aceitação;
- **problemas em escalas finas.**

COMPUTACIONALMENTE CARO



Problemas:

- problema mal-posto;
- dimensão estocástica \Rightarrow baixas taxas de aceitação;
- problemas em escalas finas.

COMPUTACIONALMENTE CARO



Aumentando a taxa de aceitação:

- **modificar as propostas**
 - ▶ *random-walk proposal* ($k = k_n + \epsilon$, onde ϵ é uma perturbação)
 - ▶ método MCMC em dois níveis (*two-stage MCMC*)
- **redução da dimensão estocástica** \mapsto expansão de Karhunen-Lòève



Algoritmo [Efendiev et al.(2005), Christen and Fox(2005)]

Passo 1 Em k_n , gerar k' a partir de $q(k'|k_n)$ (*proposal distribution*)

Passo 2 Tomar a proposta como

$$k = \begin{cases} k', & \text{com probabilidade } g(k_n, k') \\ k_n, & \text{com probabilidade } 1 - g(k_n, k') \end{cases}$$

$$g(k_n, k') = \min \left(1, \frac{q(k_n|k') \pi^*(k')}{q(k'|k_n) \pi^*(k_n)} \right),$$

Passo 3 Aceitar k com probabilidade

$$\rho(k_n, k) = \min \left(1, \frac{\pi(k) \pi^*(k_n)}{\pi(k_n) \pi^*(k)} \right),$$

ou seja, tomar $k_{n+1} = k$ com probabilidade $\rho(k_n, k)$ e $k_{n+1} = k_n$ com probabilidade $[1 - \rho(k_n, k)]$



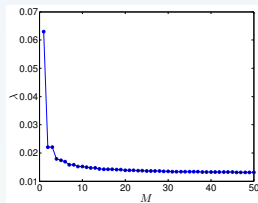
- Expansão de Karhunen-Loève (KL):

$$Y(\mathbf{x}, \omega) = \langle Y(\mathbf{x}) \rangle + \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_i} \varphi_i(\mathbf{x}) \theta_i(\omega),$$

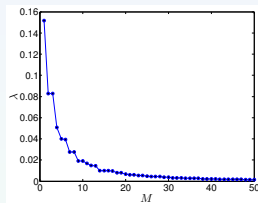


- Expansão de Karhunen-Loève (KL):

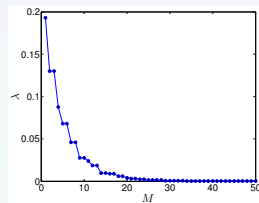
$$Y(\mathbf{x}, \omega) = \langle Y(\mathbf{x}) \rangle + \sum_{i=1}^M \sqrt{\lambda_i} \varphi_i(\mathbf{x}) \theta_i(\omega),$$



(a) Fractal



(b) Exponencial



(c) Exponencial quadrática

Figura 3: Autovalores da matriz de covariância.

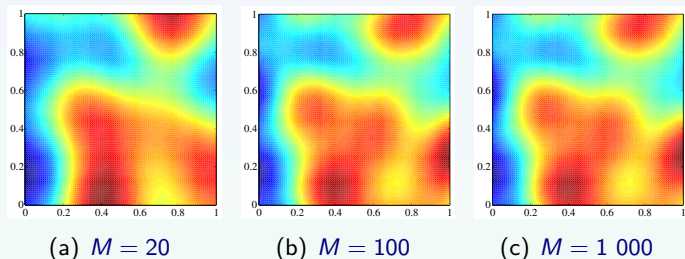
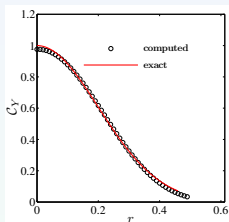
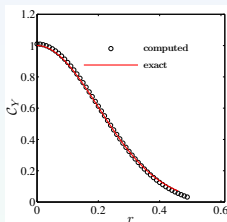


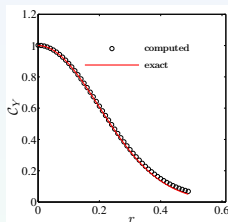
Figura 4: Campos aleatórios gerados com diferentes valores de M . Exponencial quadrática, com $\ell = 0.2$ e $\sigma^2 = 1.0$.



(a) $M = 20$



(b) $M = 100$



(c) $M = 1\ 000$

Figura 5: Covariância em função da distância, para diferentes valores de M . Exponencial quadrática, com $\ell = 0.2$ e $\sigma^2 = 1.0$.

Modelagem estocástica

Métodos MCMC

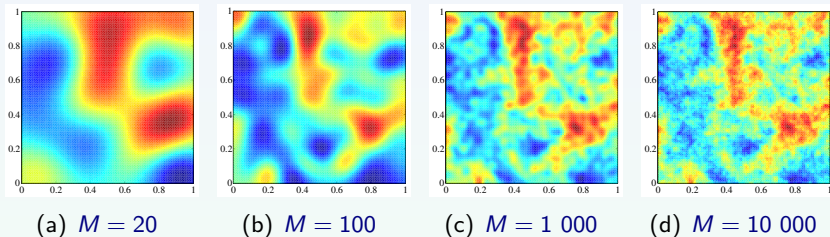
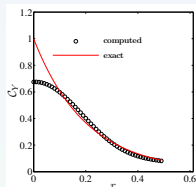


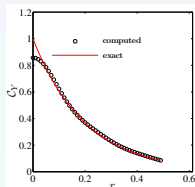
Figura 6: Campos aleatórios gerados com diferentes valores de M . Exponencial, com $\ell = 0.2$ e $\sigma^2 = 1.0$.

Modelagem estocástica

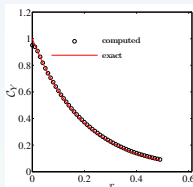
Métodos MCMC



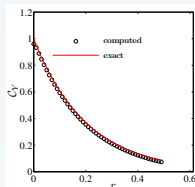
(a) $M = 20$



(b) $M = 100$



(c) $M = 1\ 000$



(d) $M = 10\ 000$

Figura 7: Covariância em função da distância, para diferentes valores de M . Exponencial, com $\ell = 0.2$ e $\sigma^2 = 1.0$.

Modelagem estocástica

Métodos MCMC

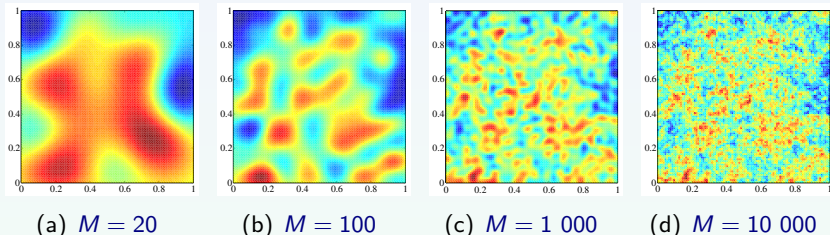
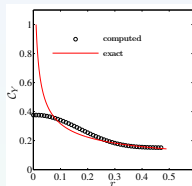
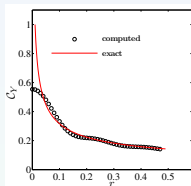


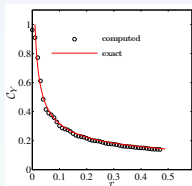
Figura 8: Campos aleatórios gerados com diferentes valores de M . Fractal, com $\beta = 0.5$ e $\sigma^2 = 1.0$.



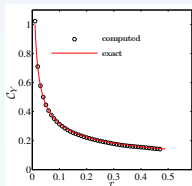
(a) $M = 20$



(b) $M = 100$



(c) $M = 1000$



(d) $M = 10000$

Figura 9: Covariância em função da distância, para diferentes valores de M . Fractal, com $\beta = 0.5$ e $\sigma^2 = 1.0$.



Parte III

Resultados

Problema de referência (sintético)

Modelo poromecânico

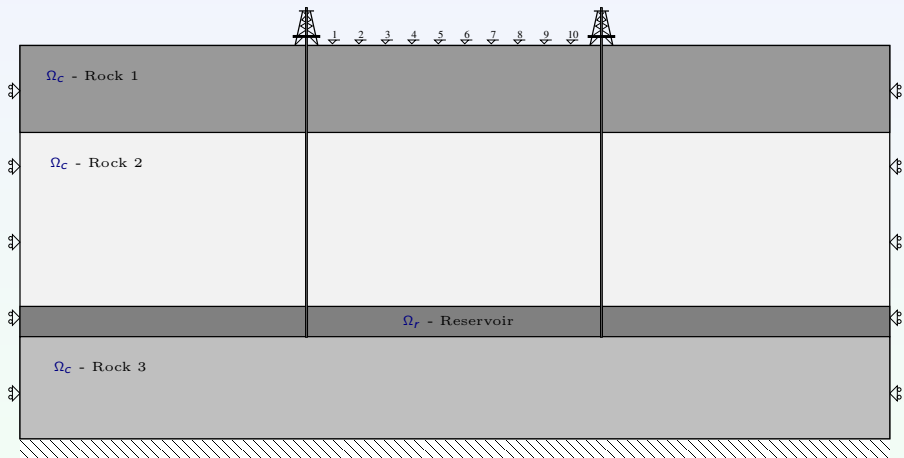


Figura 10: Domínio 2D.

Problema de referência (sintético)



Modelo poromecânico

Formulação totalmente acoplada

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_T) = \mathbf{b}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_T = \boldsymbol{\sigma} - \alpha p \mathbf{l}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C}(\mathbf{x}) \mathcal{E}(\mathbf{u})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta_T p) + \operatorname{div}(\mathbf{v}_T) = -\alpha \operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right)$$

$$\mathbf{v}_T = -\lambda_T \kappa [\nabla p + (\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \mathbf{g}]$$

$$\frac{1}{\rho_w^\circ} \frac{\partial}{\partial t} (m_w s_w) = -\operatorname{div} \left\{ \lambda_w \left[\mathbf{v}_T + \kappa \frac{\kappa_{r,0}}{\mu_o} (\rho_o - \rho_w) \mathbf{g} \right] \right\}$$

$$\phi = \phi^\circ + \alpha \operatorname{div}(\mathbf{u} - \mathbf{u}^\circ) + \frac{p - p^\circ}{N}$$

$$\frac{m_w}{\rho_w^\circ} = \frac{m_w^\circ}{\rho_w^\circ} + \alpha \operatorname{div}(\mathbf{u} - \mathbf{u}^\circ) + \frac{1}{M_w} (p - p^\circ)$$

Problema de referência (sintético)



Modelo poromecânico

Formulação em duas vias (Two-Way Coupling - Fixed Stress Split Scheme)

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{b} + \alpha \nabla p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta_T p) + \operatorname{div}(\mathbf{v}_T) = -\frac{\beta \alpha}{3} \frac{\partial \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}_T}{\partial t}$$

$$\mathbf{v}_T = -\lambda_T \kappa [\nabla p + (\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \mathbf{g}]$$

$$\frac{1}{\rho_w^\circ} \frac{\partial}{\partial t} (m_w s_w) = -\operatorname{div} \left\{ \lambda_w \left[\mathbf{v}_T + \kappa \frac{\kappa_{r,0}}{\mu_o} (\rho_o - \rho_w) \mathbf{g} \right] \right\}$$

$$\phi = \phi^\circ + \alpha \operatorname{div}(\mathbf{u} - \mathbf{u}^\circ) + \frac{p - p^\circ}{N}$$

$$\frac{m_w}{\rho_w^\circ} = \frac{m_w^\circ}{\rho_w^\circ} + \alpha \operatorname{div}(\mathbf{u} - \mathbf{u}^\circ) + \frac{1}{M_w} (p - p^\circ)$$

Problema de referência (sintético)

Modelo poromecânico



- Relação de Kozeny-Carman [Costa(2006)]:

$$k(\phi) = \frac{\phi^3}{c s^2 (1 - \phi)^2} \quad (1)$$

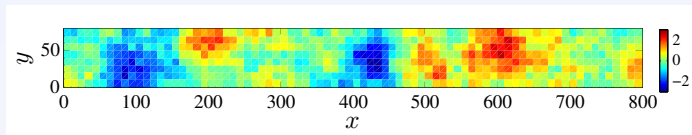
onde k é a permeabilidade [m^2], ϕ a porosidade, c uma constante adimensional e s [m^{-1}] a superfície específica.

- Equação de Spriggs [Wang(1984)]:

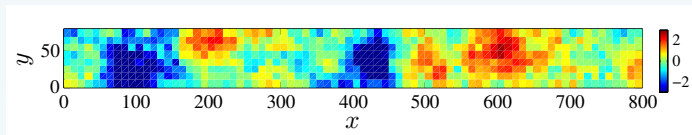
$$\mathbb{E}(\phi) = \mathbb{E}_0 \exp(-\varphi \phi) \quad (2)$$

onde \mathbb{E}_0 é o módulo de Young para porosidade zero e φ uma constante material.

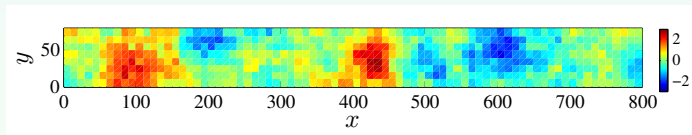
Problema de referência (sintético)



(a) $\log \phi$



(b) $\log k$



(c) $\log \mathbb{E}$

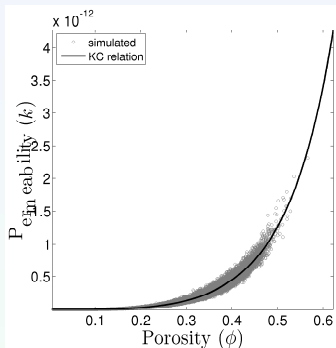


Go back

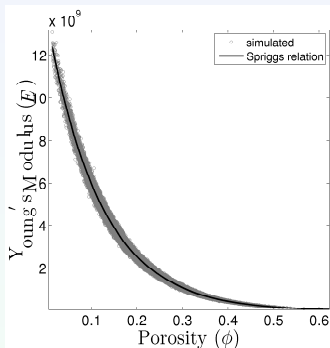
Figura 11: Reference fields.

Problema de referência (sintético)

Modelo poromecânico



(a) $\phi \times \kappa$



(b) $\phi \times \mathbb{E}$

Figura 12: Relações.

Problema de referência (sintético)

Modelo poromecânico



Tabela 1: Parâmetros

Propriedades	Símbolo	Valor
	Reservatório	
Viscosidade da água	μ_w	$6.33 \times 10^{-9} \text{ Nday}/m^2$
Viscosidade do óleo	μ_o	$1.27 \times 10^{-7} \text{ Nday}/m^2$
Massa específica da água	ρ_w	$1.00 \times 10^3 \text{ kg}/m^3$
Massa específica do óleo	ρ_o	$0.88 \times 10^3 \text{ kg}/m^3$
Porosidade média	$\langle \phi \rangle$	0.25
Permeabilidade média	$\langle k \rangle$	$9.87 \times 10^{-14} m^2$
Módulo de Young médio	$\langle E \rangle$	$2.00 \times 10^9 \text{ N}/m^2$
Coefficiente de Poisson	ν	0.20
Superfície específica	s	$2.80 \times 10^5 m^{-1}$
Constante da Eq. (1)	c	5.00
Módulo de Young porosidade zero	E_0	$1.40 \times 10^9 \text{ N}/m^2$

Problema de referência (sintético)

Modelo poromecânico

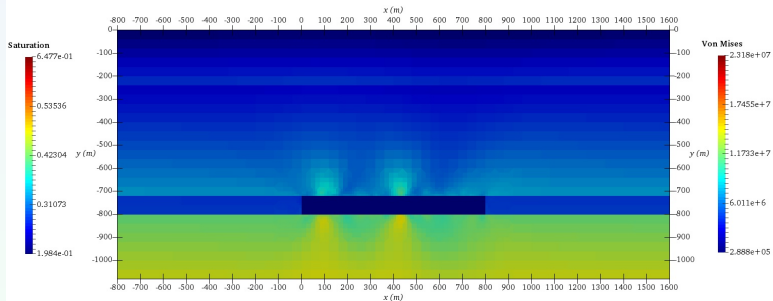


Tabela 2: Parâmetros

Propriedades	Símbolo	Valor
	Rochas capeadoras	
Módulo de Young (Rocha 1)	\mathbb{E}	$5.50 \times 10^{10} N/m^2$
Coeficiente de Poisson (Rocha 1)	ν	0.30
Módulo de Young (Rocha 2)	\mathbb{E}	$5.00 \times 10^{10} N/m^2$
Coeficiente de Poisson (Rocha 2)	ν	0.40
Módulo de Young (Rocha 3)	\mathbb{E}	$8.00 \times 10^{10} N/m^2$
Coeficiente de Poisson (Rocha 3)	ν	0.25

Problema referência

Modelo poromecânico



▶ play

Problema referência

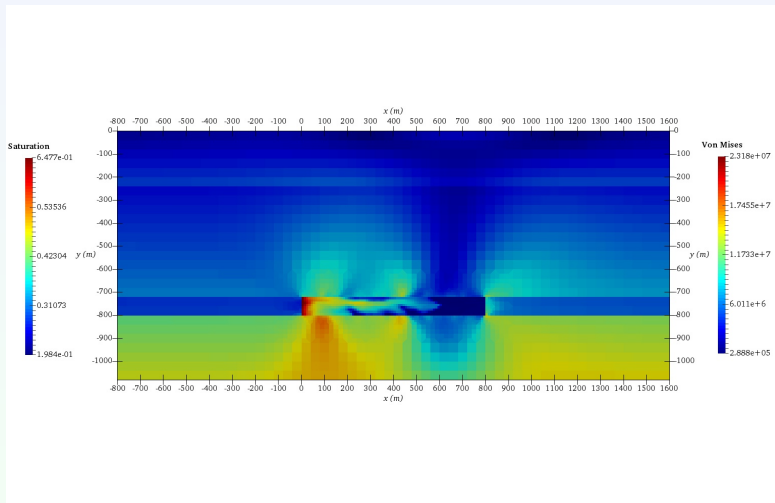
Modelo poromecânico



▶ play

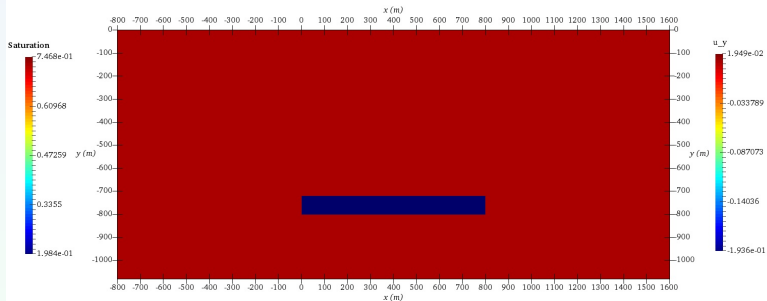
Problema referência

Modelo poromecânico



Problema referência

Modelo poromecânico



▶ play

Problema referência

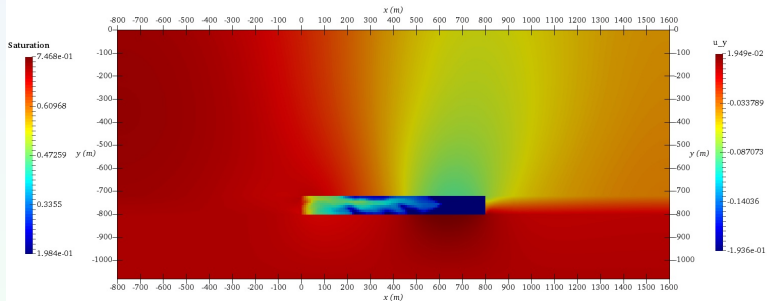
Modelo poromecânico



▶ play

Problema referência

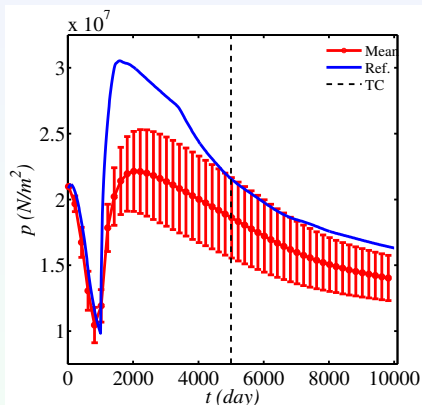
Modelo poromecânico



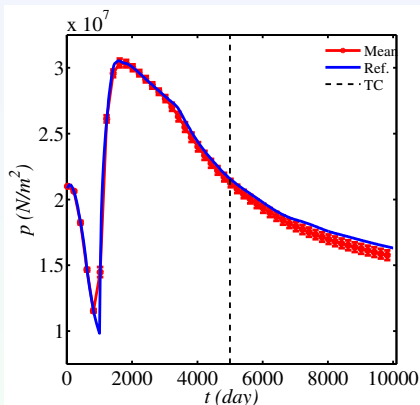
▶ play

Resultados

Usando dados mecânicos



(a) MC

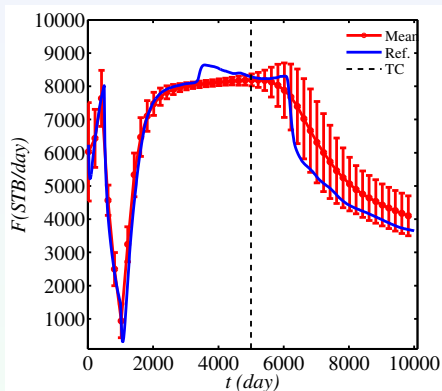


(b) MCMC

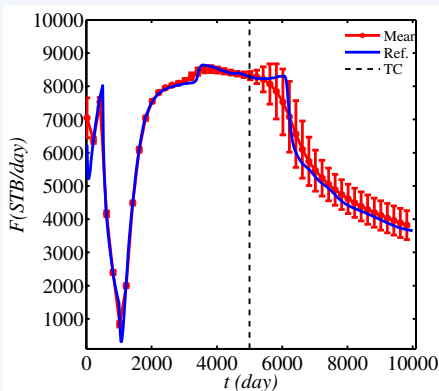
Figura 13: Pressão no fundo do poço de injeção.

Resultados

Usando dados mecânicos



(a) MC

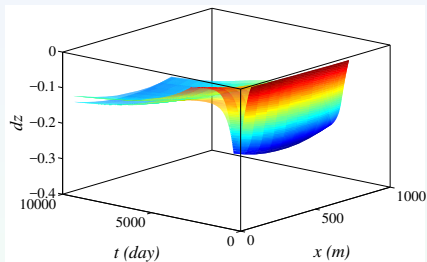


(b) MCMC

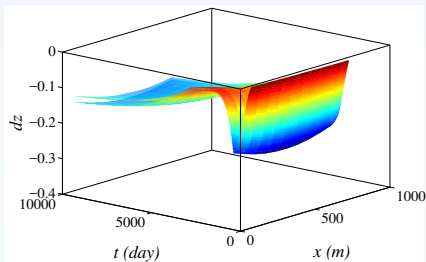
Figura 14: Produção de óleo.

Resultados

Usando dados mecânicos

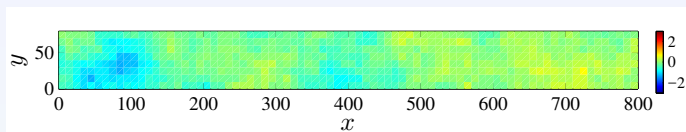


(a) MC

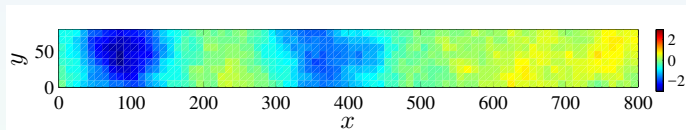


(b) MCMC

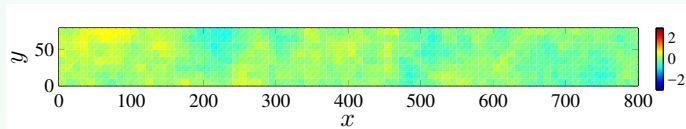
Figura 15: Subsidência.



(a) $\langle \log \phi \rangle$



(b) $\langle \log k \rangle$



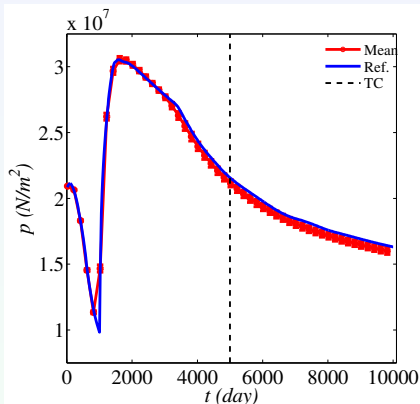
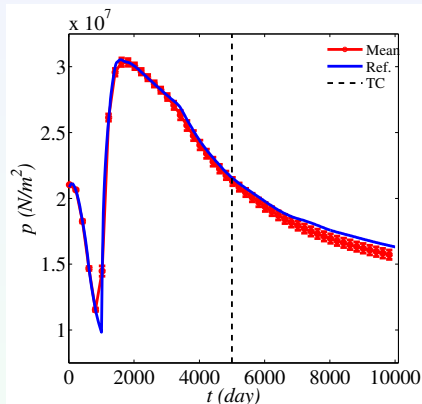
(c) $\langle \log \mathbb{E} \rangle$

Figura 16: Campos médios (*posteriori*).

► Refs.

Resultados

Comparação



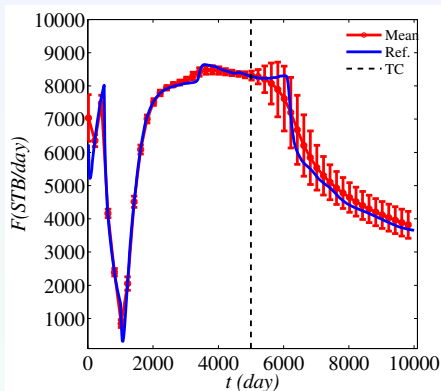
(a) Pressão - conjunto de dados completos

(b) Pressão - sem os dados mecânicos

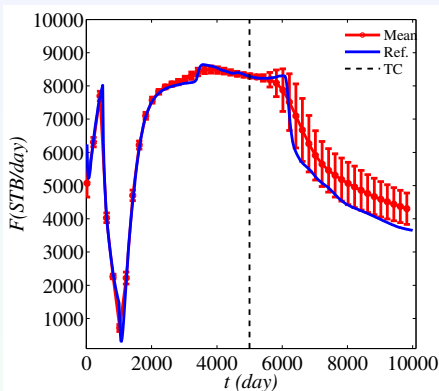
Figura 17: Pressão no fundo do poço de injeção.

Resultados

Comparação



(a) Produção - conjunto de dados completos



(b) Produção - sem os dados mecânicos

Figura 18: Produção de óleo.



Obrigado!



J. A. Christen and C. Fox.

Markov chain Monte Carlo using an approximation.

Journal of Computational and Graphical Statistics, 14(4):795–810, 2005.



Antonio Costa.

Permeability-porosity relationship: A reexamination of the kozeny-carman equation based on a fractal pore-space geometry assumption.

Geophysical Research Letters, 33(2):n/a–n/a, 2006.

ISSN 1944-8007.

doi: 10.1029/2005GL025134.

URL <http://dx.doi.org/10.1029/2005GL025134>.

L02318.



-  G. Dagan.
Flow and transport in porous formations.
Springer-Verlag, 1989.
-  Y. Efendiev, A. Datta-gupta, V. Ginting, X. Ma, and B. Mallick.
An efficient two-stage Markov chain Monte Carlo method for dynamic data integration.
Water Resources Research, 41:12423, 2005.
-  L. W. Gelhar.
Stochastic subsurface hydrology.
Englewood Cliffs. Prentice-Hall, 1993.
-  C. P. Robert and G. Casella.
Monte Carlo Statistical Methods (Springer Texts in Statistics).
Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2005.



James C. Wang.

Young's modulus of porous materials.

Journal of Materials Science, 19(3):801–808, Mar 1984.

ISSN 1573-4803.

doi: 10.1007/BF00540451.

URL <https://doi.org/10.1007/BF00540451>.