

Análise e Modelagem das Eleições Proporcionais do Brasil

Nuno Crokidakis

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense
Niterói - RJ

20 de Maio de 2015



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Sumário

1 Introdução

Sumário

① Introdução

② Dados Eleitorais no Brasil

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil
- 3 Modelagem

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil
- 3 Modelagem
- 4 Conclusões

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil
- 3 Modelagem
- 4 Conclusões

Dinâmicas de Opinião

- Modelagem de dinâmicas sociais através de métodos/técnicas da Física Estatística;

Dinâmicas de Opinião

- Modelagem de dinâmicas sociais através de métodos/técnicas da Física Estatística;
- Do ponto de vista prático, pode nos dar informações e nos ajudar a entender o funcionamento das dinâmicas de interações entre indivíduos;

Dinâmicas de Opinião

- Modelagem de dinâmicas sociais através de métodos/técnicas da Física Estatística;
- Do ponto de vista prático, pode nos dar informações e nos ajudar a entender o funcionamento das dinâmicas de interações entre indivíduos;
- Modelos com interesse teórico: emergência de comportamento coletivo a partir de interações microscópicas (consenso ou decisão em uma população em um debate com diferentes opiniões/escolhas), ocorrência de correlações, leis de potência, fenômenos críticos fora do equilíbrio, ...

Dinâmicas de Opinião

- Modelagem de dinâmicas sociais através de métodos/técnicas da Física Estatística;
- Do ponto de vista prático, pode nos dar informações e nos ajudar a entender o funcionamento das dinâmicas de interações entre indivíduos;
- Modelos com interesse teórico: emergência de comportamento coletivo a partir de interações microscópicas (consenso ou decisão em uma população em um debate com diferentes opiniões/escolhas), ocorrência de correlações, leis de potência, fenômenos críticos fora do equilíbrio, ...
- Abordagem: equações diferenciais ordinárias, equação mestra, simulações de Monte Carlo, ...

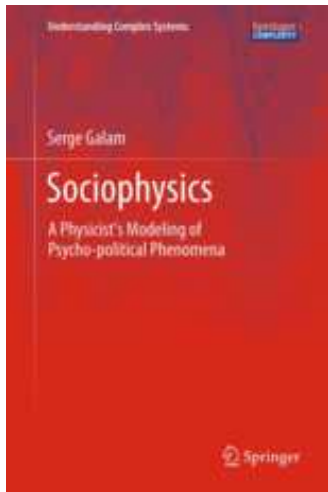
Dinâmicas de Opinião

- A relação destes sistemas com a Física mais tradicional não é somente pela ocorrência de Fenômenos Críticos em ambos. Assim como os modelos da Física Estatística explicam por exemplo como uma coleção de átomos pode exibir o comportamento correlacionado necessário para produzir um ferromagneto, os modelos que representam Fenômenos Sociais pretendem explicar comportamentos interdependentes. A idéia básica da Física Estatística - que o comportamento de um átomo é influenciado pelo comportamento dos outros átomos - é, portanto, semelhante à afirmação das Ciências Sociais de que as decisões de um indivíduo dependem das decisões dos outros; aí que reside a possibilidade de uma estrutura matemática e/ou computacional comum;

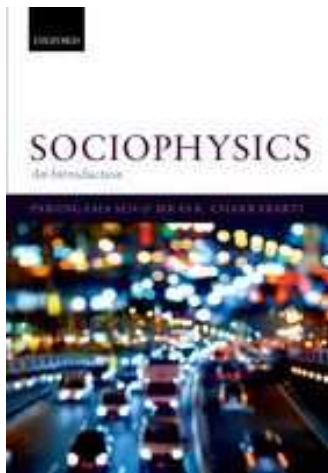
Dinâmicas de Opinião

- A relação destes sistemas com a Física mais tradicional não é somente pela ocorrência de Fenômenos Críticos em ambos. Assim como os modelos da Física Estatística explicam por exemplo como uma coleção de átomos pode exibir o comportamento correlacionado necessário para produzir um ferromagneto, os modelos que representam Fenômenos Sociais pretendem explicar comportamentos interdependentes. A idéia básica da Física Estatística - que o comportamento de um átomo é influenciado pelo comportamento dos outros átomos - é, portanto, semelhante à afirmação das Ciências Sociais de que as decisões de um indivíduo dependem das decisões dos outros; aí que reside a possibilidade de uma estrutura matemática e/ou computacional comum;
- **How can statistical mechanics contribute to social science?, Steven Durlauf, PNAS 96, 10582 (1999).**

Área em alta na Física



Área em alta na Física



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Interações Sociais em Grupos



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil**
- 3 Modelagem
- 4 Conclusões

Processos Eleitorais



Processos Eleitorais

- Eleições nos fornecem informações que podem nos ajudar a entender a dinâmica de interações entre indivíduos num sistema altamente complexo;

¹<http://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais>

Processos Eleitorais

- Eleições nos fornecem informações que podem nos ajudar a entender a dinâmica de interações entre indivíduos num sistema altamente complexo;
- São dados de larga escala; no Brasil o eleitorado é de cerca de 100 milhões de pessoas, e os dados estão disponíveis na página do Tribunal Superior Eleitoral ¹;

¹<http://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais>

Processos Eleitorais

- Eleições nos fornecem informações que podem nos ajudar a entender a dinâmica de interações entre indivíduos num sistema altamente complexo;
- São dados de larga escala; no Brasil o eleitorado é de cerca de 100 milhões de pessoas, e os dados estão disponíveis na página do Tribunal Superior Eleitoral ¹;
- Podemos estudar a distribuição de votos $P(v)$ em vários Estados ou no país como um todo, ou seja, a distribuição estatística do número de candidatos que recebem v votos;

¹<http://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais>

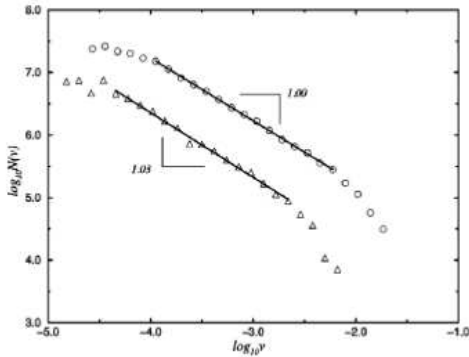
Processos Eleitorais

- Eleições nos fornecem informações que podem nos ajudar a entender a dinâmica de interações entre indivíduos num sistema altamente complexo;
- São dados de larga escala; no Brasil o eleitorado é de cerca de 100 milhões de pessoas, e os dados estão disponíveis na página do Tribunal Superior Eleitoral ¹;
- Podemos estudar a distribuição de votos $P(v)$ em vários Estados ou no país como um todo, ou seja, a distribuição estatística do número de candidatos que recebem v votos;
- Padrões? Algum tipo de Universalidade? Mecanismos/leis que governam a dinâmica?

¹<http://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais>

Resultados Anteriores

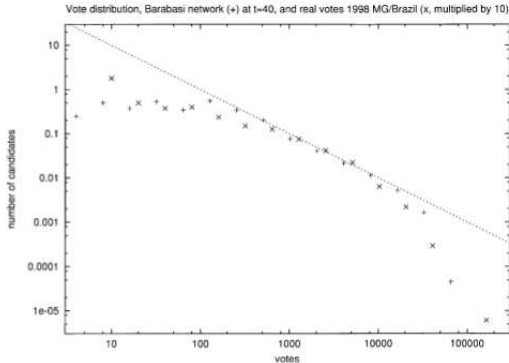
- Análise de dados para **deputado estadual** do Brasil como um todo e do estado de São Paulo (eleições de 1998) sugeriram uma distribuição livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com expoente $\alpha \approx 1$ ²



²R. N. Costa Filho, M. P. Almeida, J. S. Andrade Jr., J. E. Moreira, Phys. Rev. E 60, 1067 (1999)

Resultados Anteriores

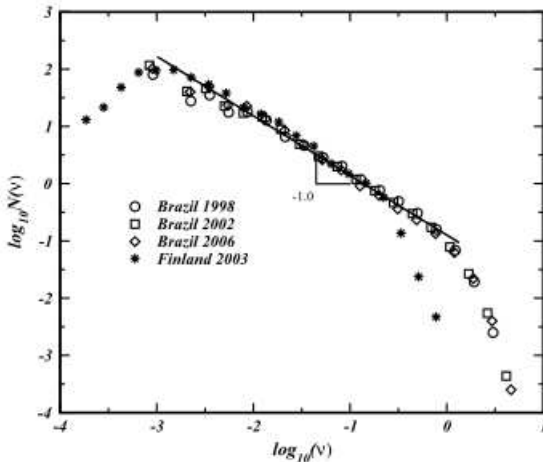
- Análise de dados para **deputado estadual** do estado de Minas Gerais (eleições de 1998) também sugeriram uma distribuição livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com expoente $\alpha \approx 1$ ³



³A. T. Bernardes, D. Stauffer, J. Kertész, Eur. Phys. J. B 25, 123 (2002)

Resultados Anteriores

- Análise de dados para **deputado estadual** do Brasil como um todo para outros anos também sugeriram o expoente $\alpha \approx 1$ ⁴



⁴L. E. Araripe, R. N. Costa Filho, Physica A 388, 4167 (2009)

Nossa Análise

- Dados das eleições no período 1970-2014, compreendendo o período de ditadura e a era democrática;

Nossa Análise

- Dados das eleições no período 1970-2014, compreendendo o período de ditadura e a era democrática;
- Colaboradores neste trabalho:

Nossa Análise

- Dados das eleições no período 1970-2014, compreendendo o período de ditadura e a era democrática;
- Colaboradores neste trabalho:
 - **Profa. Celia Anteneodo, PUC-Rio**

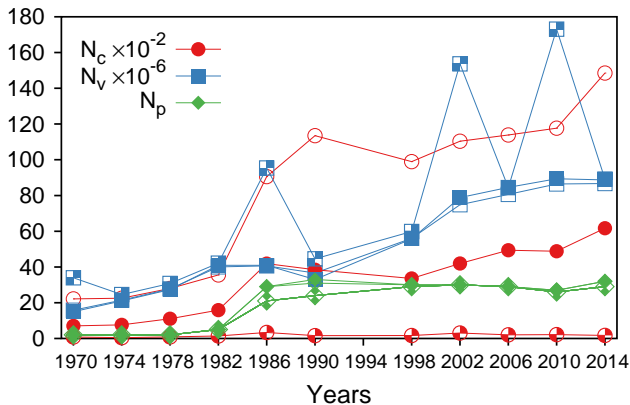
Nossa Análise

- Dados das eleições no período 1970-2014, compreendendo o período de ditadura e a era democrática;
- Colaboradores neste trabalho:
 - Profa. Celia Anteneodo, PUC-Rio
 - Dr. Angelo M. Calvão, PUC-Rio

Nossa Análise

- Dados das eleições no período 1970-2014, compreendendo o período de ditadura e a era democrática;
- Colaboradores neste trabalho:
 - Profa. Celia Anteneodo, PUC-Rio
 - Dr. Angelo M. Calvão, PUC-Rio
- Referência: **What do vote distributions reveal?**, A. M. Calvão, N. Crokidakis, C. Anteneodo, arXiv:1406.6322 (2014).

Evolução de Alguns Números

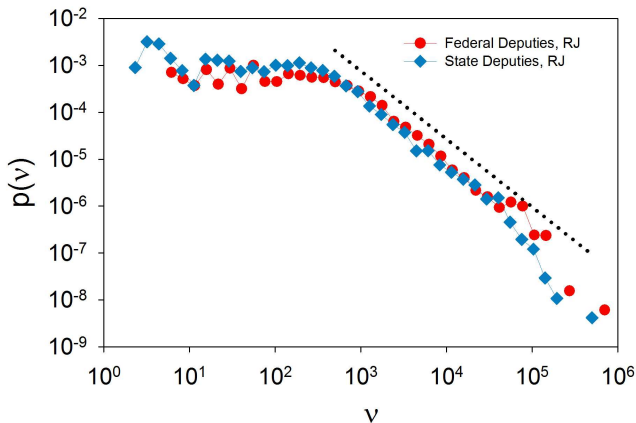


⇒ N_v : número de votos válidos

⇒ N_c : número de candidatos

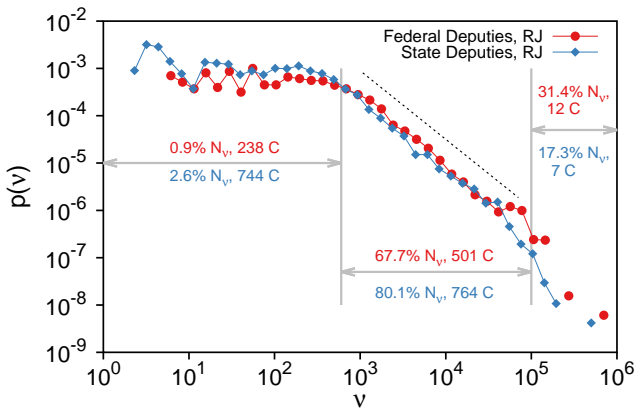
⇒ N_p : número de partidos

Distribuição de Votos (RJ - 2010)

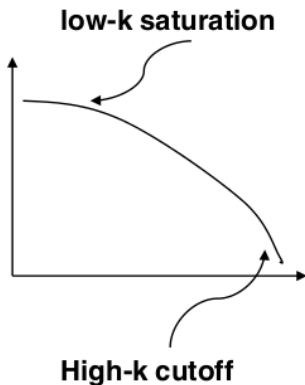


⇒ Linha pontilhada (inclinação): $\alpha \approx -1.45$

Distribuição de Votos (RJ - 2010)



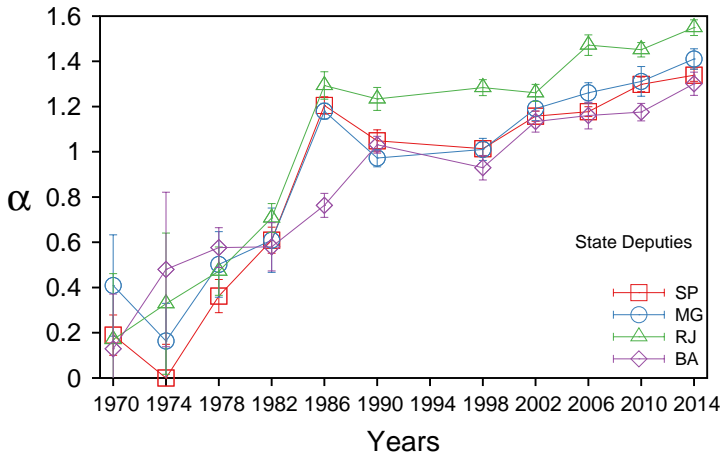
$P(v)$ é livre de escala?



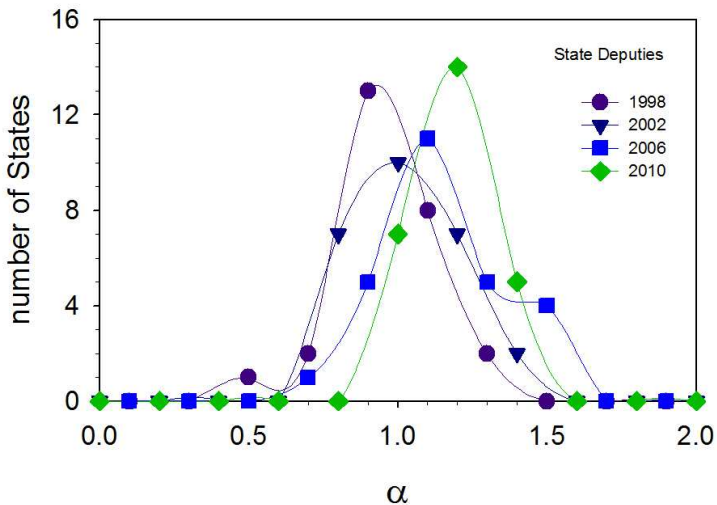
⇒ Sim! ⁵

⁵A. -L. Barabási, *Network Science Course - Class 4*

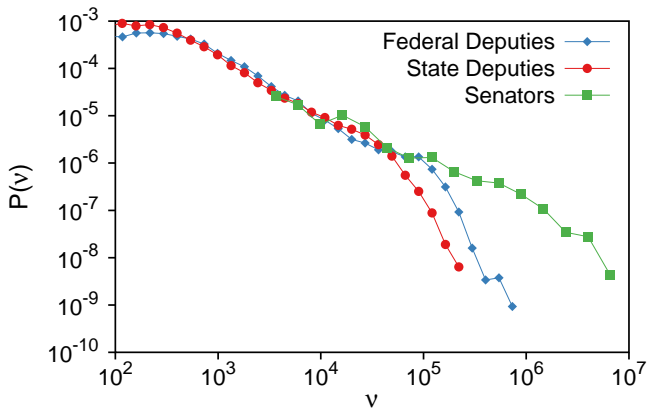
Evolução do expoente α (maiores Estados)



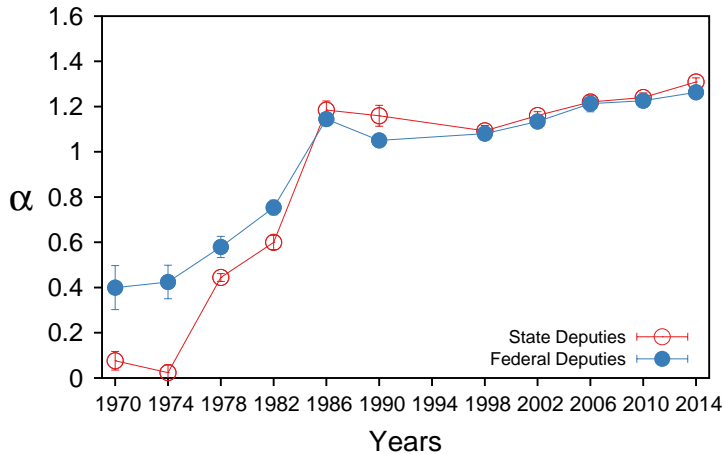
Ocorrências do mesmo expoente α nos Estados



Distribuição de Votos (Brasil - 2010)



Evolução do expoente α (Brasil)



A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;

A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;
- Ele tende a aumentar com o tempo;

A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;
- Ele tende a aumentar com o tempo;
- Para um dado eleitorado, α tem um valor bem definido;

A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;
- Ele tende a aumentar com o tempo;
- Para um dado eleitorado, α tem um valor bem definido;
- Assim, α parece estar associado a alguma propriedade do eleitorado, independente do grupo de candidatos que se apresenta ou do tamanho do eleitorado (número de eleitores);

A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;
- Ele tende a aumentar com o tempo;
- Para um dado eleitorado, α tem um valor bem definido;
- Assim, α parece estar associado a alguma propriedade do eleitorado, independente do grupo de candidatos que se apresenta ou do tamanho do eleitorado (número de eleitores);
- Em outras palavras, o regime lei de potência observado nos dados deve ser um reflexo de alguma característica fundamental do processo coletivo complexo envolvido na formação de opiniões do grupo;

A análise estatística dos dados indica:

- O expoente α **não é universal**;
- Ele tende a aumentar com o tempo;
- Para um dado eleitorado, α tem um valor bem definido;
- Assim, α parece estar associado a alguma propriedade do eleitorado, independente do grupo de candidatos que se apresenta ou do tamanho do eleitorado (número de eleitores);
- Em outras palavras, o regime lei de potência observado nos dados deve ser um reflexo de alguma característica fundamental do processo coletivo complexo envolvido na formação de opiniões do grupo;
- A pergunta é: **Qual seria esta característica?**

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil
- 3 Modelagem**
- 4 Conclusões

Modelo: Aspectos Iniciais

- Em dinâmicas de crescimento populacional, temos os famosos modelos de Malthus e Verhulst para a evolução temporal do tamanho $P(t)$ de uma população:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \alpha P (1 - \beta P)$$

Modelo: Aspectos Iniciais

- Em dinâmicas de crescimento populacional, temos os famosos modelos de Malthus e Verhulst para a evolução temporal do tamanho $P(t)$ de uma população:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \alpha P (1 - \beta P)$$

- O modelo de Malthus ($\beta = 0$) prevê um crescimento (ou decaimento) exponencial da população para $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$)

Modelo: Aspectos Iniciais

- Em dinâmicas de crescimento populacional, temos os famosos modelos de Malthus e Verhulst para a evolução temporal do tamanho $P(t)$ de uma população:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \alpha P (1 - \beta P)$$

- O modelo de Malthus ($\beta = 0$) prevê um crescimento (ou decaimento) exponencial da população para $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$)
- O modelo de Verhulst ($\beta \neq 0$) prevê que a população cresce e se estabiliza num tamanho máximo $P_{max} = 1/\beta$;

Modelo: Aspectos Iniciais

- Em dinâmicas de crescimento populacional, temos os famosos modelos de Malthus e Verhulst para a evolução temporal do tamanho $P(t)$ de uma população:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \alpha P (1 - \beta P)$$

- O modelo de Malthus ($\beta = 0$) prevê um crescimento (ou decaimento) exponencial da população para $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$)
- O modelo de Verhulst ($\beta \neq 0$) prevê que a população cresce e se estabiliza num tamanho máximo $P_{max} = 1/\beta$;
- Este termo $-\alpha\beta P^2$ que aparece na equação de Verhulst modela a competição dos indivíduos da população por espaço geográfico e recursos (comida, água, etc);

Modelo: Aspectos Iniciais

- Em dinâmicas de crescimento populacional, temos os famosos modelos de Malthus e Verhulst para a evolução temporal do tamanho $P(t)$ de uma população:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \alpha P (1 - \beta P)$$

- O modelo de Malthus ($\beta = 0$) prevê um crescimento (ou decaimento) exponencial da população para $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$)
- O modelo de Verhulst ($\beta \neq 0$) prevê que a população cresce e se estabiliza num tamanho máximo $P_{max} = 1/\beta$;
- Este termo $-\alpha\beta P^2$ que aparece na equação de Verhulst modela a competição dos indivíduos da população por espaço geográfico e recursos (comida, água, etc);
- O modelo pode ser também estendido para competição entre várias espécies.

Modelo

- Vamos considerar uma população com N_v eleitores (ou votantes) e N_c candidatos;

Modelo

- Vamos considerar uma população com N_v eleitores (ou votantes) e N_c candidatos;
- Vamos considerar por simplicidade que a quantidade de votos v_i de um determinado candidato i é uma variável contínua;

Modelo

- Vamos considerar uma população com N_v eleitores (ou votantes) e N_c candidatos;
- Vamos considerar por simplicidade que a quantidade de votos v_i de um determinado candidato i é uma variável contínua;
- Isto pode ser justificado se percebermos que as frações v_i/N_v tendem a assumir valores contínuos quando o número de eleitores N_v é grande;

Modelo

- Vamos considerar uma população com N_v eleitores (ou votantes) e N_c candidatos;
- Vamos considerar por simplicidade que a quantidade de votos v_i de um determinado candidato i é uma variável contínua;
- Isto pode ser justificado se percebermos que as frações v_i/N_v tendem a assumir valores contínuos quando o número de eleitores N_v é grande;
- Em analogia com modelos de dinâmica populacional de muitas espécies, vamos considerar que o número de votos $v_i(t)$ de um dado candidato i varia no tempo de acordo com uma equação de crescimento logístico, ou seja,

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

- $f_i(\{v_j\})$: função que limita a quantidade de votos, dada em uma forma geral por

$$f_i(\{v_j\}) = 1 - \frac{v_i}{\beta_i N_v} - \frac{\sum_{j \neq i} \beta_{ij} v_j}{N_v}$$

que assume que cada quantidade de votos v_i pode crescer até um valor máximo $\beta_i N_v$, com $0 < \beta_i \leq 1$.

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

- $f_i(\{v_j\})$: função que limita a quantidade de votos, dada em uma forma geral por

$$f_i(\{v_j\}) = 1 - \frac{v_i}{\beta_i N_v} - \frac{\sum_{j \neq i} \beta_{ij} v_j}{N_v}$$

que assume que cada quantidade de votos v_i pode crescer até um valor máximo $\beta_i N_v$, com $0 < \beta_i \leq 1$.

- r_i : parâmetro relacionado à aptidão do candidato i , à sua capacidade de persuasão, que é determinada por uma série de atributos do candidato, como sua proposta política, apelo pessoal, etc. Será um parâmetro estocástico, seguindo uma certa distribuição $P(r)$;

Modelo

- $$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

- γ : parâmetro que introduz uma não-linearidade no crescimento do número de votos, e funciona como uma espécie de *feedback*;

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

- γ : parâmetro que introduz uma não-linearidade no crescimento do número de votos, e funciona como uma espécie de *feedback*;
- c : Este parâmetro permite contemplar a existência de 2 regimes: (i) uma fase inicial ($v_i \ll c$), onde candidatos influenciam eleitores diretamente ou através da sua equipe, independentemente do número atual de apoiadores de cada candidato; (ii) outra fase que ocorre quando o número de votos se torna grande, de forma que os eleitores interagem e se influenciam entre si;

Modelo

-

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i (v_i + c)^\gamma f_i(\{v_j\})$$

- γ : parâmetro que introduz uma não-linearidade no crescimento do número de votos, e funciona como uma espécie de *feedback*;
- c : Este parâmetro permite contemplar a existência de 2 regimes: (i) uma fase inicial ($v_i \ll c$), onde candidatos influenciam eleitores diretamente ou através da sua equipe, independentemente do número atual de apoiadores de cada candidato; (ii) outra fase que ocorre quando o número de votos se torna grande, de forma que os eleitores interagem e se influenciam entre si;
- Desta forma, c pode ser relacionado com indivíduos que propagam a sua escolha aos seus contatos sociais (familiares, amigos, colegas de trabalho, etc). Este parâmetro também contempla o efeito da mídia de massa, que pode fazer um candidato ganhar votos (ou perder) independentemente do número atual de eleitores do candidato;

Modelo

- Em processos eleitorais, a medição dos dados (cálculo dos votos) é feita em um estado não-estacionário. Como os termos que limitam crescimento e de interação afetam apenas o comportamento de longo prazo, iremos considerar que $\beta_{ij} = \beta_i = 1, \forall i, j$;

Modelo

- Em processos eleitorais, a medição dos dados (cálculo dos votos) é feita em um estado não-estacionário. Como os termos que limitam crescimento e de interação afetam apenas o comportamento de longo prazo, iremos considerar que $\beta_{ij} = \beta_i = 1, \forall i, j$;
- Iremos considerar como condição inicial $v_i(0) = 1$, ou seja, cada candidato começa a dinâmica com 1 voto (dele próprio);

Modelo

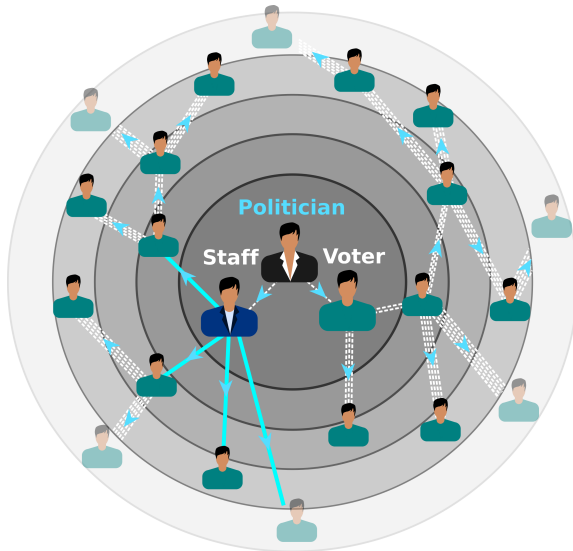
- Em processos eleitorais, a medição dos dados (cálculo dos votos) é feita em um estado não-estacionário. Como os termos que limitam crescimento e de interação afetam apenas o comportamento de longo prazo, iremos considerar que $\beta_{ij} = \beta_i = 1, \forall i, j$;
- Iremos considerar como condição inicial $v_i(0) = 1$, ou seja, cada candidato começa a dinâmica com 1 voto (dele próprio);
- Por simplicidade, iremos considerar que o parâmetro r_i está distribuído uniformemente no intervalo $[0, 1], \forall i$;

Modelo

- Em processos eleitorais, a medição dos dados (cálculo dos votos) é feita em um estado não-estacionário. Como os termos que limitam crescimento e de interação afetam apenas o comportamento de longo prazo, iremos considerar que $\beta_{ij} = \beta_i = 1, \forall i, j$;
- Iremos considerar como condição inicial $v_i(0) = 1$, ou seja, cada candidato começa a dinâmica com 1 voto (dele próprio);
- Por simplicidade, iremos considerar que o parâmetro r_i está distribuído uniformemente no intervalo $[0, 1], \forall i$;
- Resumindo, chegamos à formulação final do modelo:

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i(v_i + c)^\gamma \left(1 - \sum_j \frac{v_j}{N_v} \right)$$

Ilustração da Dinâmica



Modelo: Considerações Analíticas

- Para tempos suficientemente curtos, os termos de competição terão efeito desprezível na dinâmica de $v_i(t)$, de forma que a equação que descreve o modelo ficará desacoplada na forma

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i(v_i + c)^\gamma$$

Modelo: Considerações Analíticas

- Para tempos suficientemente curtos, os termos de competição terão efeito desprezível na dinâmica de $v_i(t)$, de forma que a equação que descreve o modelo ficará desacoplada na forma

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i(v_i + c)^\gamma$$

- Integrando a equação acima, temos

$$v_i(t) \simeq v_{i0} \left(1 - (\gamma - 1)r_i t v_{i0}^{\gamma-1} \right)^{-1/(\gamma-1)}$$

Modelo: Considerações Analíticas

- Para tempos suficientemente curtos, os termos de competição terão efeito desprezível na dinâmica de $v_i(t)$, de forma que a equação que descreve o modelo ficará desacoplada na forma

$$\frac{dv_i}{dt} = r_i(v_i + c)^\gamma$$

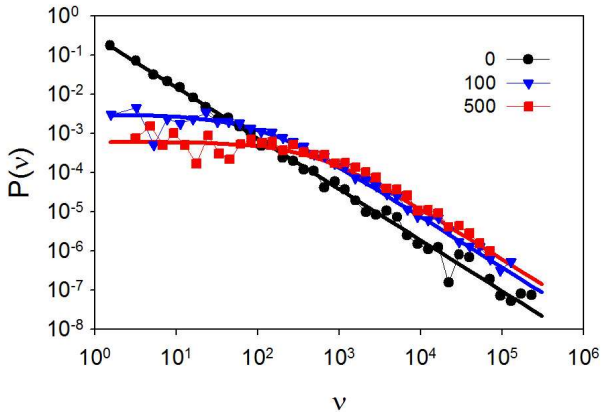
- Integrando a equação acima, temos

$$v_i(t) \simeq v_{i0} \left(1 - (\gamma - 1)r_i t v_{i0}^{\gamma-1} \right)^{-1/(\gamma-1)}$$

- A relação entre as distribuições $P(v)$ e $P(r)$ pode ser obtida por $P(v)dv = P(r)dr$, o que nos dá para $P(r)$ uniforme

$$P(v) \sim \frac{1}{(c + v)^\gamma}$$

Distribuição teórica de votos $P(v)$



$$\Rightarrow \gamma = 1.3, N_v = 10^7, N_c = 10^3$$

Discussão da solução analítica

- A solução analítica aproximada descreve bem o modelo “completo”, ou seja, ela descreve o platô inicial e o regime lei de potência observado nos dados reais;

Discussão da solução analítica

- A solução analítica aproximada descreve bem o modelo “completo”, ou seja, ela descreve o platô inicial e o regime lei de potência observado nos dados reais;
- Este bom acordo qualitativo ocorre com apenas 2 parâmetros, γ e c ;

Discussão da solução analítica

- A solução analítica aproximada descreve bem o modelo “completo”, ou seja, ela descreve o platô inicial e o regime lei de potência observado nos dados reais;
- Este bom acordo qualitativo ocorre com apenas 2 parâmetros, γ e c ;
- O modelo somente não prevê o *cutoff* exponencial. Esta região é dominada pelos candidatos mais populares (com muitos votos), que não foram contemplados no modelo na presente forma (i.e., distribuição $P(r)$ uniforme);

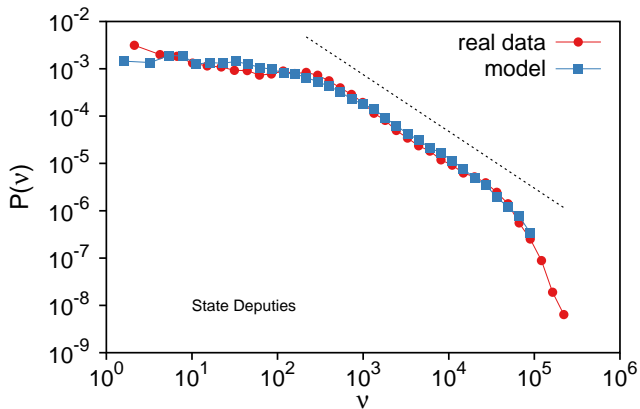
Discussão da solução analítica

- A solução analítica aproximada descreve bem o modelo “completo”, ou seja, ela descreve o platô inicial e o regime lei de potência observado nos dados reais;
- Este bom acordo qualitativo ocorre com apenas 2 parâmetros, γ e c ;
- O modelo somente não prevê o *cutoff* exponencial. Esta região é dominada pelos candidatos mais populares (com muitos votos), que não foram contemplados no modelo na presente forma (i.e., distribuição $P(r)$ uniforme);
- Porém, a solução analítica nos permite identificar o expoente α do regime lei de potência observado nos dados com o expoente γ do modelo, fornecendo uma interpretação imediata do regime livre de escala, que é o que estamos de fato interessados.

Discussão da solução analítica

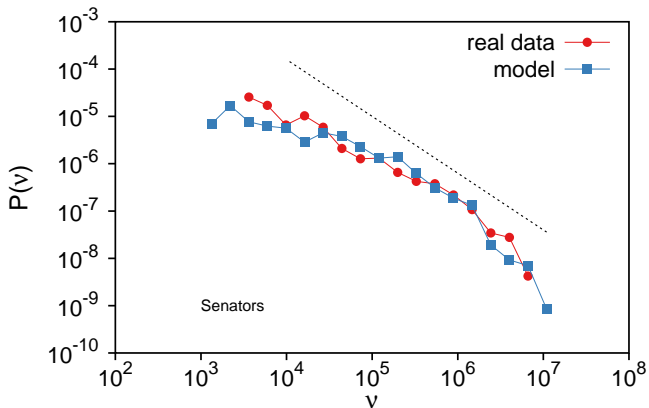
- A solução analítica aproximada descreve bem o modelo “completo”, ou seja, ela descreve o platô inicial e o regime lei de potência observado nos dados reais;
- Este bom acordo qualitativo ocorre com apenas 2 parâmetros, γ e c ;
- O modelo somente não prevê o *cutoff* exponencial. Esta região é dominada pelos candidatos mais populares (com muitos votos), que não foram contemplados no modelo na presente forma (i.e., distribuição $P(r)$ uniforme);
- Porém, a solução analítica nos permite identificar o expoente α do regime lei de potência observado nos dados com o expoente γ do modelo, fornecendo uma interpretação imediata do regime livre de escala, que é o que estamos de fato interessados.
- **E quando comparado com os dados reais???**

$P(v)$ comparativo, Dep. Estadual 2010, Brasil



$$\Rightarrow \gamma = 1.2, c = 300$$

$P(v)$ comparativo, Senador 2010, Brasil



$$\Rightarrow \gamma = 1.2, c = 4 \times 10^4$$

Discussão

- Bom acordo dos dados reais com os do modelo para deputado estadual (e federal também);

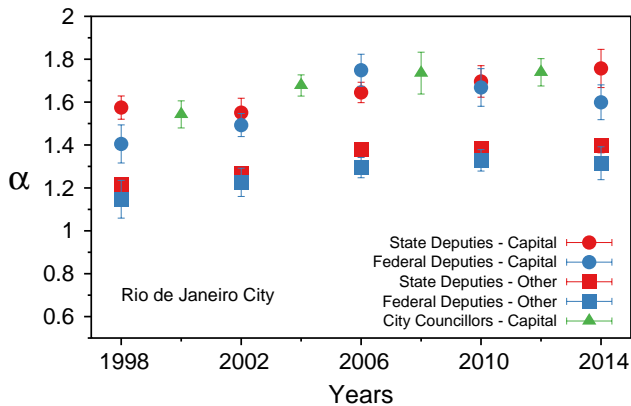
Discussão

- Bom acordo dos dados reais com os do modelo para deputado estadual (e federal também);
- No caso dos senadores, o pequeno número de candidatos aliado ao grande valor de c ($c = 4 \times 10^4$) necessário para ajustar os dados, acaba distorcendo o valor intrínseco de γ do regime livre de escala de $P(v)$. Isto pode explicar o valor observado $\alpha < \gamma$ ($= 1.2$);

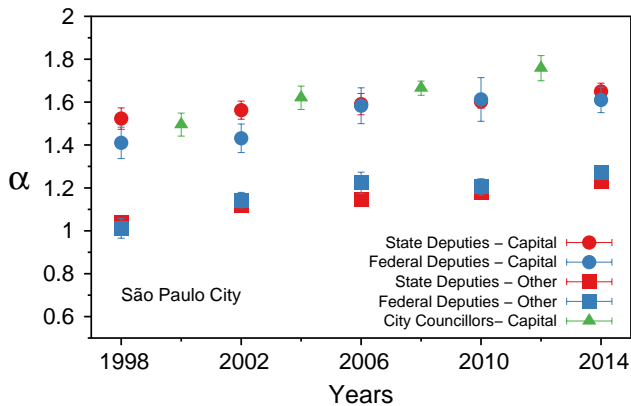
Discussão

- Bom acordo dos dados reais com os do modelo para deputado estadual (e federal também);
- No caso dos senadores, o pequeno número de candidatos aliado ao grande valor de c ($c = 4 \times 10^4$) necessário para ajustar os dados, acaba distorcendo o valor intrínseco de γ do regime livre de escala de $P(v)$. Isto pode explicar o valor observado $\alpha < \gamma$ ($= 1.2$);
- Uma questão importante continua sem resposta. O modelo reproduz bem o comportamento observado dos dados reais, ou seja, ele prevê diferentes valores de γ , associados com o *feedback* mencionado anteriormente. Este *feedback* está relacionado com as redes de interação social entre candidatos-eleitores e entre eleitores-eleitores. Este mecanismo pode de alguma forma ser observado nos dados reais? Em outras palavras: **podemos validar esta hipótese a partir dos dados?**

Expoente α : Capital x Restante do Estado (RJ)



Expoente α : Capital x Restante do Estado (SP)



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Dados Eleitorais no Brasil
- 3 Modelagem
- 4 Conclusões**

Principais Conclusões

- A distribuição estatística de votos para deputados apresenta um regime livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com um platô na região de poucos votos e um *cutoff* exponencial na região de muitos votos;

Principais Conclusões

- A distribuição estatística de votos para deputados apresenta um regime livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com um platô na região de poucos votos e um *cutoff* exponencial na região de muitos votos;
- No caso dos senadores, a distribuição estatística de votos não apresenta o tal platô;

Principais Conclusões

- A distribuição estatística de votos para deputados apresenta um regime livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com um platô na região de poucos votos e um *cutoff* exponencial na região de muitos votos;
- No caso dos senadores, a distribuição estatística de votos não apresenta o tal platô;
- O expoente α da região livre de escala da distribuição de votos para deputados e senadores não é universal, varia com o tempo para um determinado estado e para o Brasil como um todo;

Principais Conclusões

- A distribuição estatística de votos para deputados apresenta um regime livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com um platô na região de poucos votos e um *cutoff* exponencial na região de muitos votos;
- No caso dos senadores, a distribuição estatística de votos não apresenta o tal platô;
- O expoente α da região livre de escala da distribuição de votos para deputados e senadores não é universal, varia com o tempo para um determinado estado e para o Brasil como um todo;
- Um modelo baseado em equações diferenciais não-lineares acopladas com parâmetros estocásticos reproduz bem os dados reais e dá uma explicação satisfatória para a origem da variação do expoente observado nos dados reais;

Principais Conclusões

- A distribuição estatística de votos para deputados apresenta um regime livre de escala $P(v) \sim v^{-\alpha}$, com um platô na região de poucos votos e um *cutoff* exponencial na região de muitos votos;
- No caso dos senadores, a distribuição estatística de votos não apresenta o tal platô;
- O expoente α da região livre de escala da distribuição de votos para deputados e senadores não é universal, varia com o tempo para um determinado estado e para o Brasil como um todo;
- Um modelo baseado em equações diferenciais não-lineares acopladas com parâmetros estocásticos reproduz bem os dados reais e dá uma explicação satisfatória para a origem da variação do expoente observado nos dados reais;
- As redes de interação social entre candidatos-eleitores e entre eleitores-eleitores e principalmente o *feedback* associado com a capacidade persuasiva dos eleitores determina este expoente nas distribuições.