Desvios para Subgrafos do grafo aleatório

Simon Griffiths (PUC-Rio)

junto com:

Christina Goldschmidt (Oxford)

Alex Scott

PLANO:

PLANO:

(1) Introdução

PLANO:

(1) Introdução

(2) Resultados

PLANO:

(1) Introdução

(2) Resultados

(3) Desvios para Martingais

PLANO:

(1) Introdução

(2) Resultados

(3) Desvios para Martingais

(4) Grafos $\longrightarrow$ Martingais

PLANO:

(1) Introdução

(2) Resultados

(3) Desvios para Martingais

(4) Grafos → Martingais

(5) Trabalho futuro

I: INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$:

INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

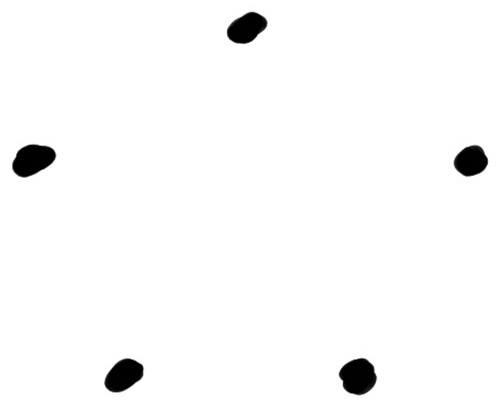
Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

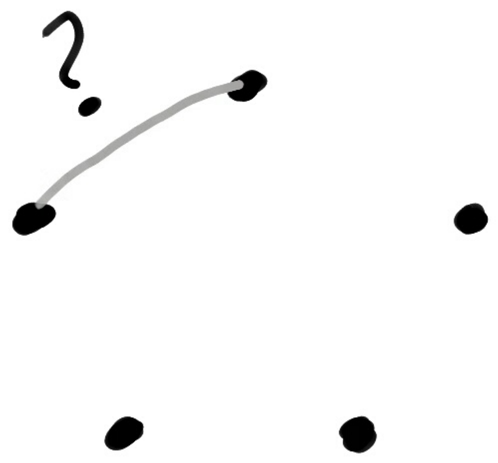


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

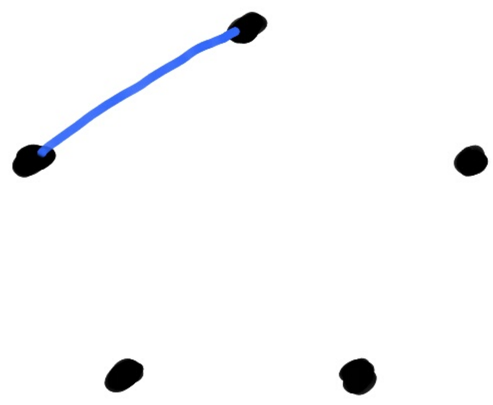


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

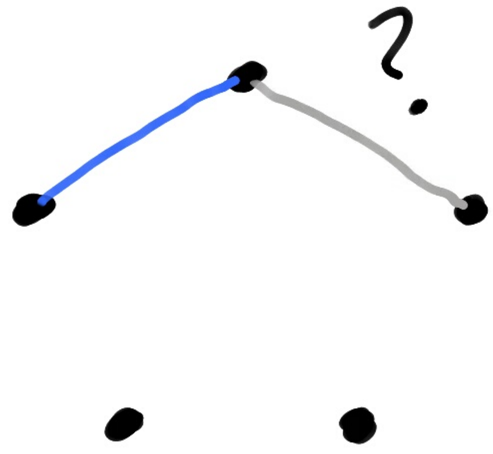


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

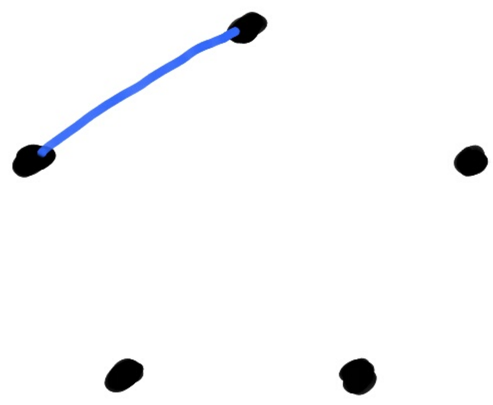


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

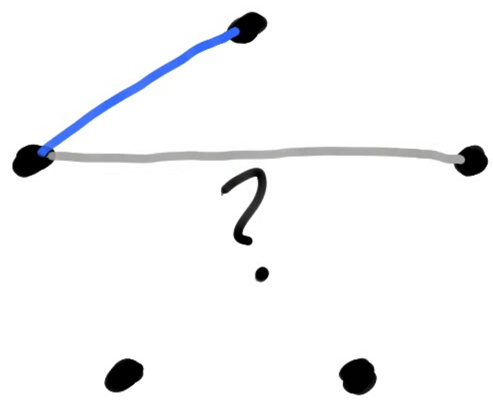


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

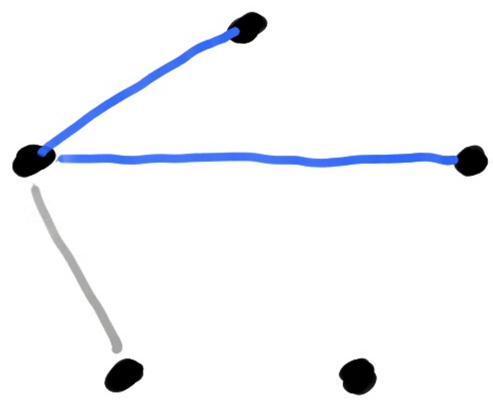


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

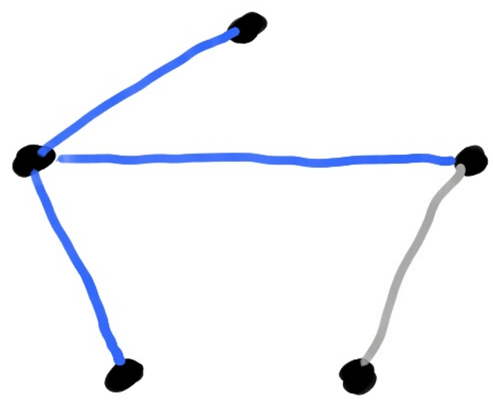


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

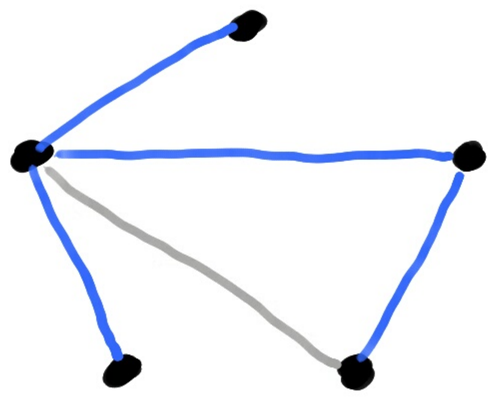


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

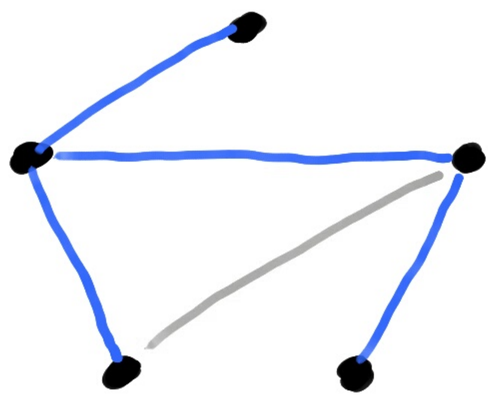


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vertices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

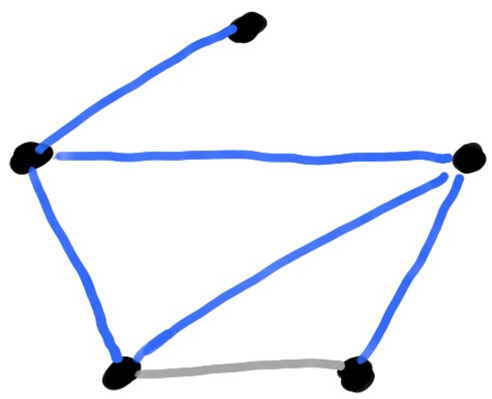


INTRODUÇÃO

O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

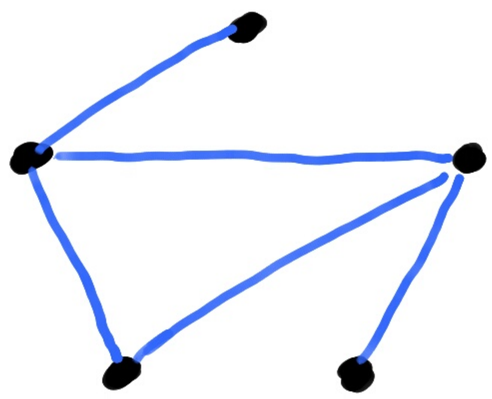


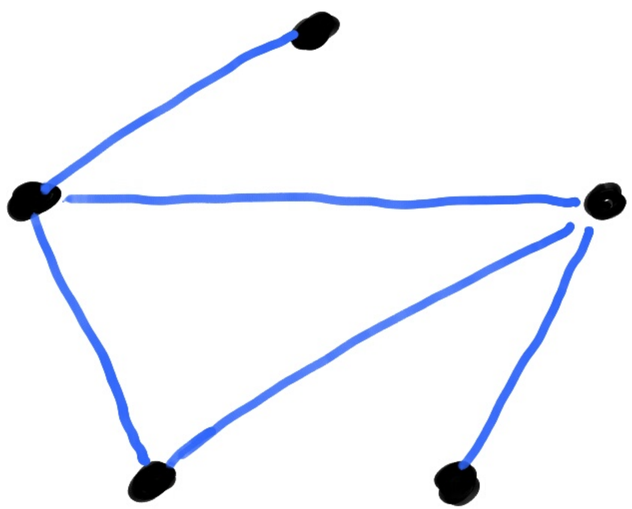
INTRODUÇÃO

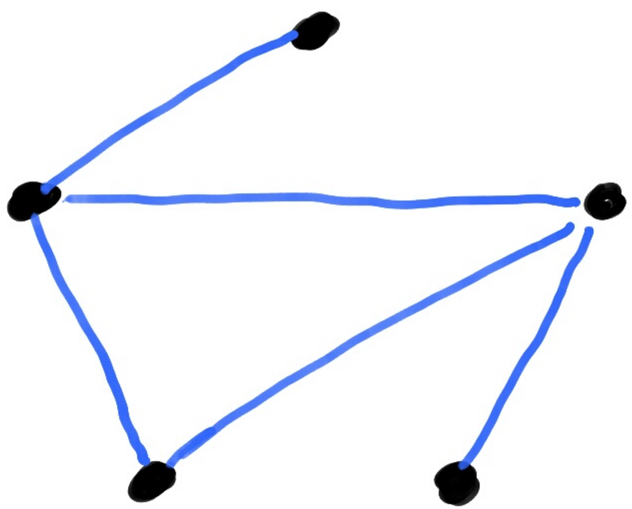
O que é um grafo aleatório?

Primeiro Modelo $G(n,p)$: n vértices

Incluir cada aresta independentemente com probabilidade p.

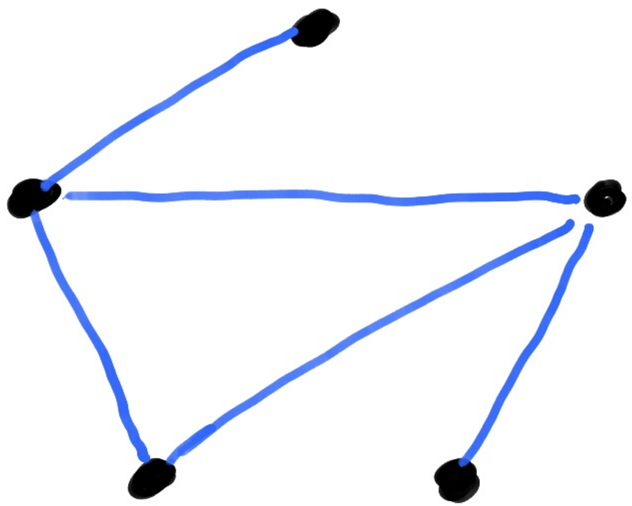






Número de arestas = 5

$(\sim Bin(N,p),\ N=\binom{n}{2})$

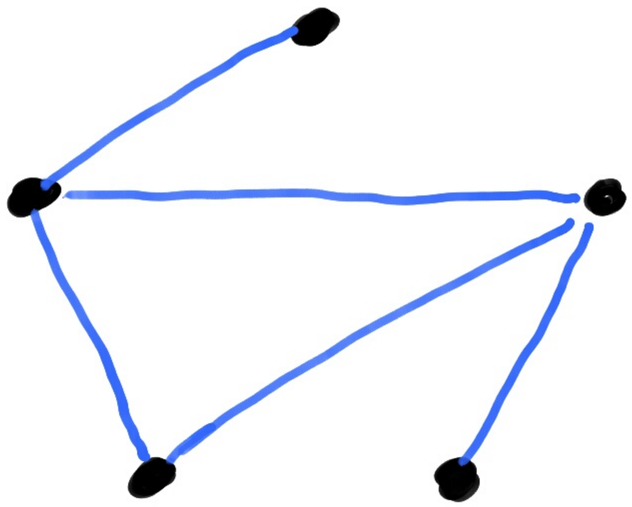


Número de arestas = 5

$(\sim Bin(N,p),\ N=\binom{n}{2})$

Número de triângulos = 1

$(\sim ?)$

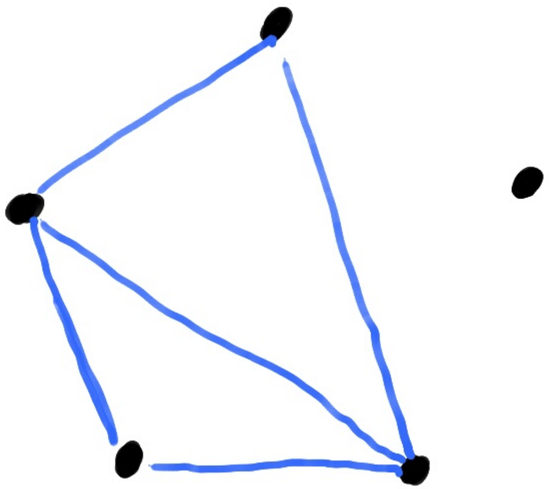


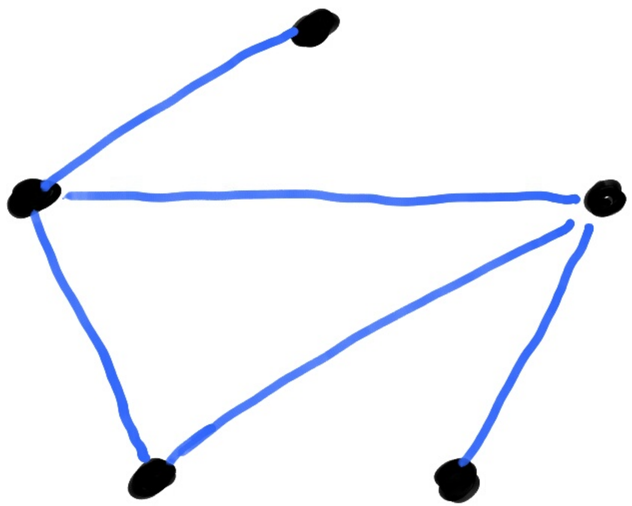
Número de arestas = 5

$(\sim Bin(N,p),\ N=\binom{n}{2})$

Número de triângulos = 1

$(\sim ?)$



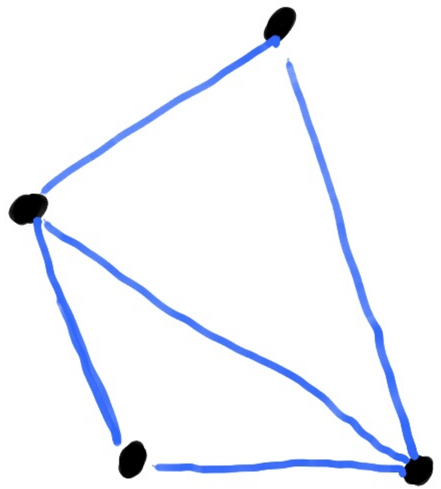


Número de arestas = 5

$(\sim Bin(N,p),\ N=\binom{n}{2})$

Número de triângulos = 1

$(\sim ?)$



Número de arestas = 5

Número de triângulos = 2

Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

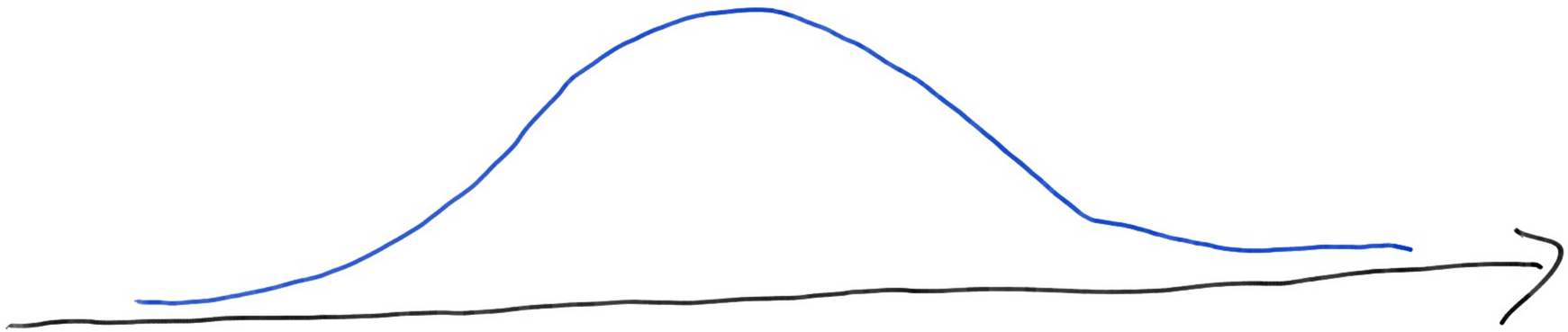
Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

Assintóticamente Normal!

Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

Assintóticamente Normal!

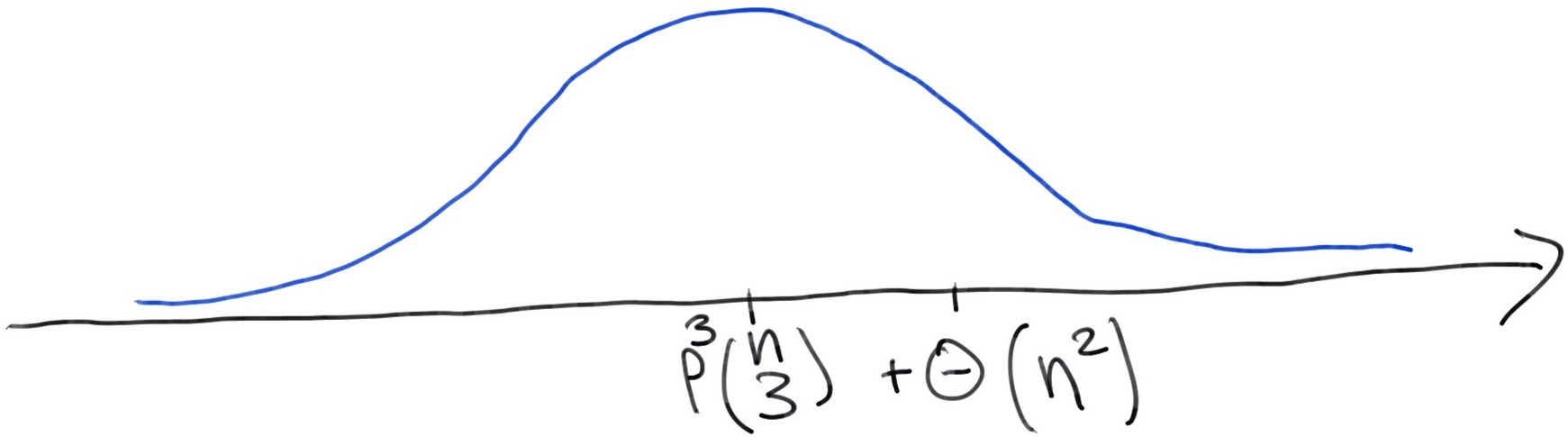
Barber, Karoński & Ruciński 1989



Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

Assintóticamente Normal!

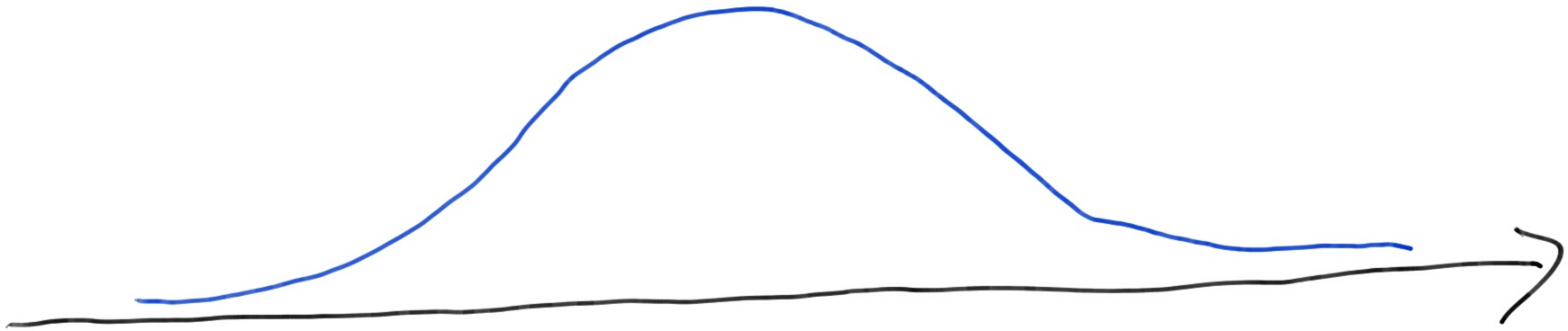
Barber, Karoński & Ruciński 1989



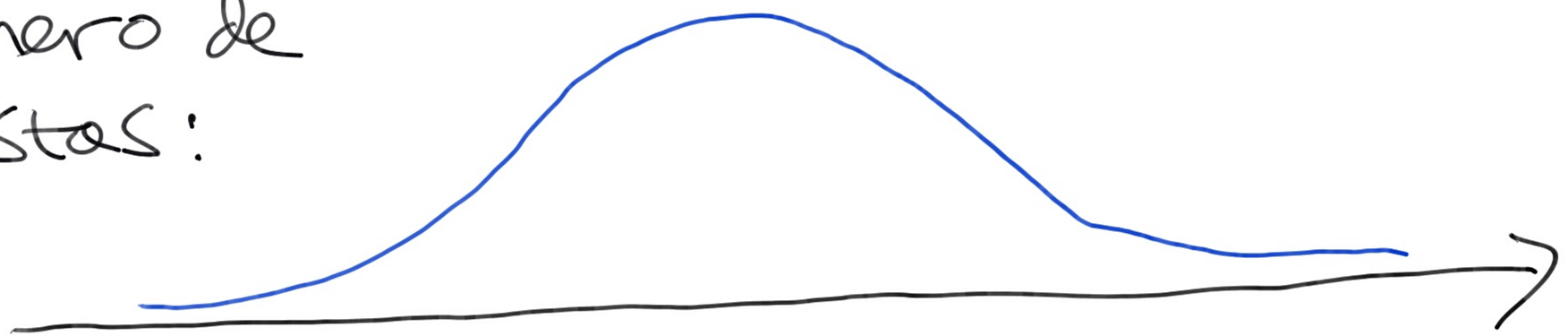
Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

Assintóticamente Normal!

Barber, Karoński & Ruciński 1989



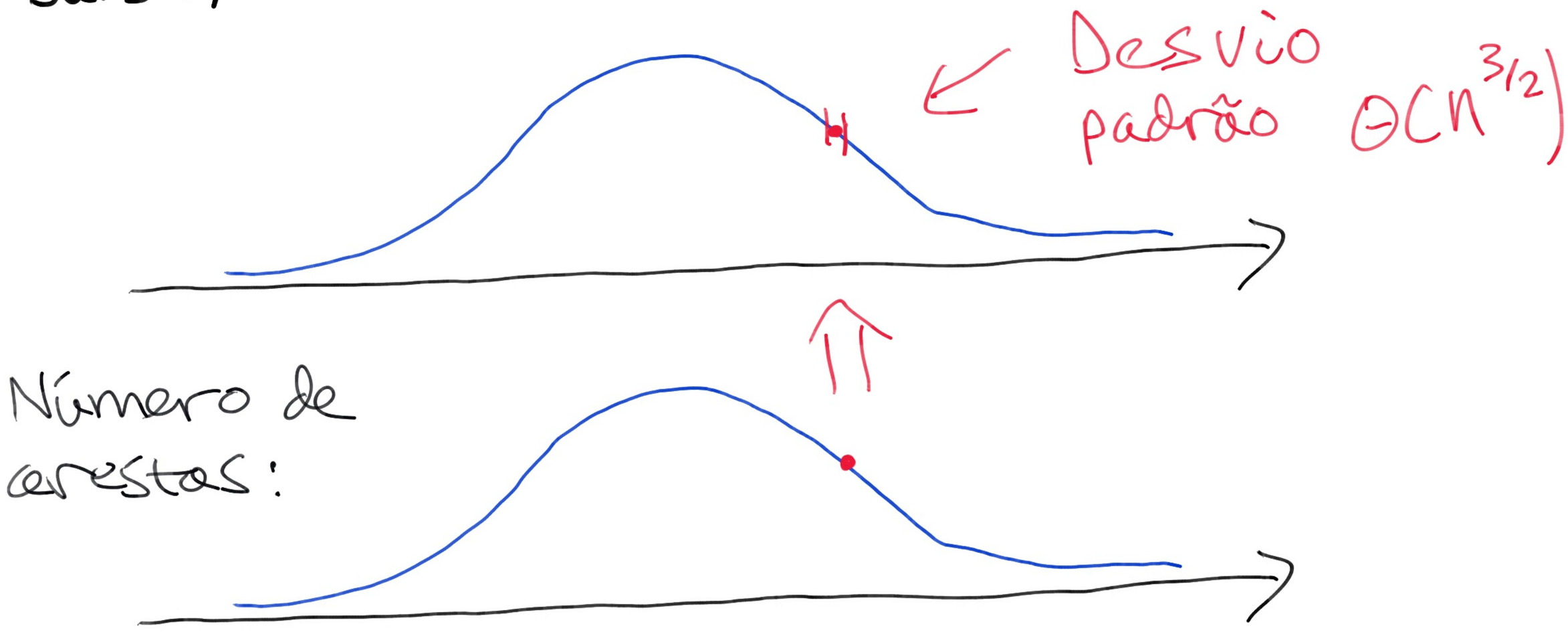
Número de arestas:



Distribuições do número de triângulos em $G(n,p)$?

Assintóticamente Normal!

Barbar, Karoński & Ruciński 1989



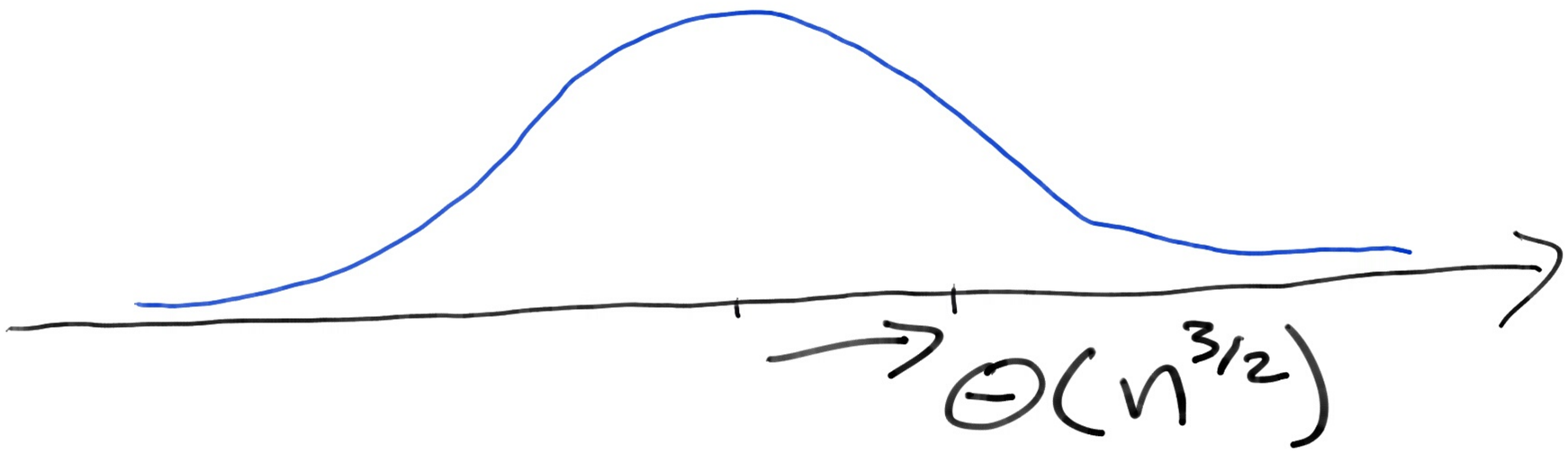
Segundo Modelo $G(n,m)$:

Seja G um grafo escolhido uniformamente da família $\mathcal{G}_{n,m}$ de grafos com n vértices e m arestas

Segundo Modelo $G(n,m)$:

Seja G um grafo escolhido uniformemente da família $\mathcal{G}_{n,m}$ de grafos com n vértices e m arestas

A distribuição do número de triângulos ainda é assintóticamente normal (Janson 1994)



Qual é a probabilidade de desvios maiores?

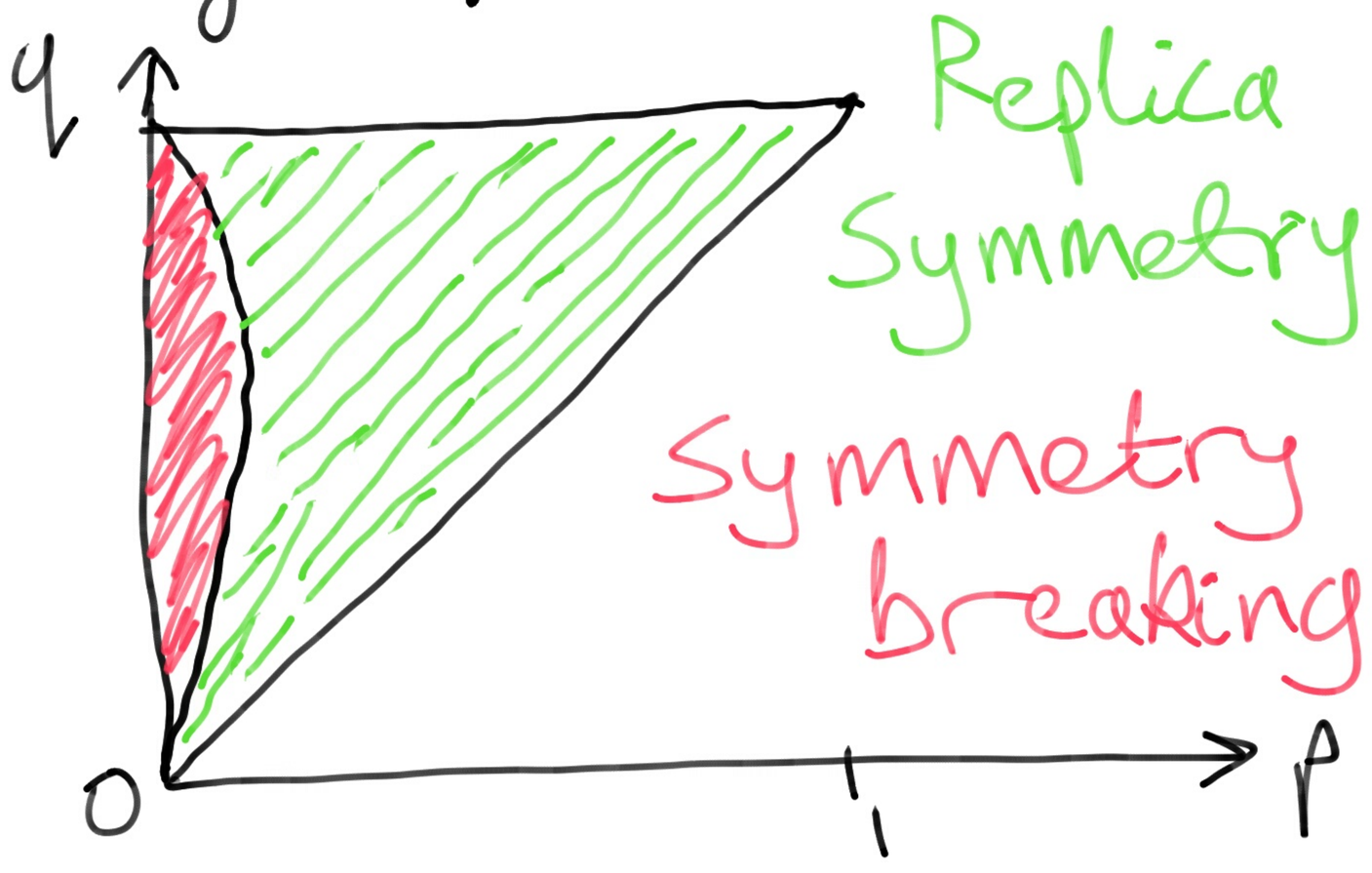
Q (Chatterjee, Varadhan 2011) Seja $0 < p < q < 1$
Qual é a probabilidade que $G \sim G(n,p)$
contém $q^3\binom{n}{3}$ triângulos?

Qual é a probabilidade de desvios maiores?

Q (Chatterjee, Varadhan 2011) Seja $0 < p < q < 1$
Qual é a probabilidade que $G \sim G(n,p)$
contém $q^3\binom{n}{3}$ triângulos?

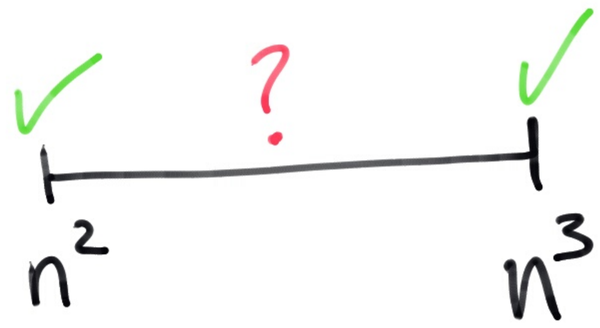
Resposta

(Lubetzky, Zhao 2016)

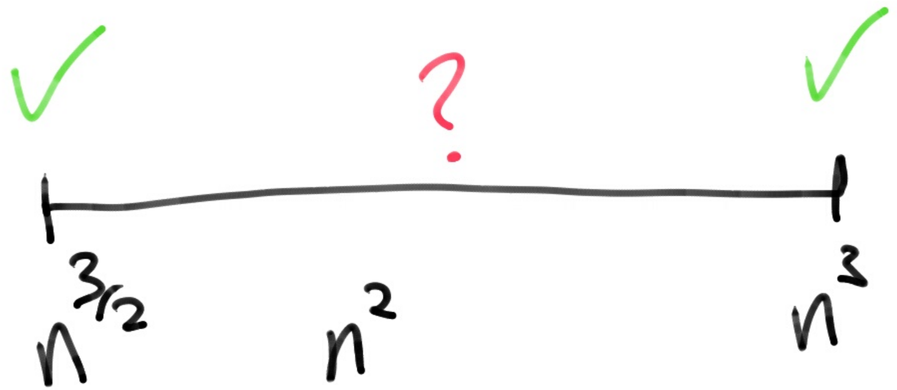


Mas isso deixa um vão

$G(n,p)$



$G(n,m)$



II: RESULTADOS

II: RESULTADOS

Notação: $N_H(G)$ = número de cópias isomórficas de H em G

$\binom{G}{H}$ = número de cópias sem multiplicidade

II: RESULTADOS

Notação: $N_H(G)$ = número de cópias isomórficas de H em G

$\binom{G}{H}$ = número de cópias sem multiplicidade

Exemplo: $N_{\triangle}(\square) = 12$, $\binom{\square}{\triangle} = 2$

Outro caso importante é P_2 

Exemplo: $N_{\wedge}(\square) = 12$, $\binom{\square}{\wedge} = 6$

Desvios

Se H tem v vértices e e arestas

então $\mathbb{E}[N_H(G_m)] = \dfrac{(n)_v (m)_e}{(N)_e}$ $\quad (N = \binom{n}{2})$

onde $(n)_k = n(n-1)\dots(n-k+1)$.

Desvios

Se H tem v vértices e e arestas

então $$\mathbb{E}[N_H(G_m)] = \frac{(n)_v (m)_e}{(N)_e}$$ $(N = \binom{n}{2})$

onde $(n)_k = n(n-1)\dots(n-k+1)$.

Seja $L_H(m) = \frac{(n)_v (m)_e}{(N)_e}$ e $D_H(G_m) = N_H(G_m) - L_H(m)$

Desvios

Se H tem v vértices e e arestas

então $$\mathbb{E}[N_H(G_m)] = \frac{(n)_v (m)_e}{(N)_e} \qquad (N = \binom{n}{2})$$

onde $(n)_k = n(n-1)\dots(n-k+1)$.

Seja $L_H(m) = \frac{(n)_v (m)_e}{(N)_e}$ e $D_H(G_m) = N_H(G_m) - L_H(m)$

Resultados: (i) Probabilidade do desvio

(ii) $D_H(G_m)$ como combinação linear de $D_1(G_m)$'s e $D_2(G_m)$.

Probabilidade do desvio

Probabilidade do desvio com $(m=tN)$

Para Δ: com $1 \ll \alpha_n \ll n^{1/2}$:

$$\mathbb{P}\left(D_\Delta(G_m) > \alpha_n n^{3/2}\right) = \exp\left(\frac{-\alpha_n^2(1+o(1))}{12t^3(1-t)^2(1+2t)}\right)$$

Probabilidade do desvio com $(m=tN)$

Para Δ: com $1 \ll \alpha_n \ll n^{1/2}$:

$$\mathbb{P}\left(D_\Delta(G_m) > \alpha_n n^{3/2}\right) = \exp\left(\frac{-\alpha_n^2(1+o(1))}{12t^3(1-t)^2(1+2t)}\right)$$

Para H geral com v vértices e e arestas seja

$$\gamma_H(t) = \left(4\binom{H}{\Lambda}t^{2e-2}(1-t)^2 + 12\binom{H}{\Delta}^2 t^{2e-3}(1-t)^3\right)^{-1}$$

Então: $\mathbb{P}\left(D_H(G_m) > \alpha_n n^{v-3/2}\right) = \exp\left(-\gamma_H(t)\alpha_n^2(1+o(1))\right)$

Relações entre desvios

Relações entre desvios

Seja $\Lambda_H(G_m) = n^{v-3} t^{e-2} \left[\binom{H}{\Lambda} - 3\binom{H}{\Delta} \right] D_\Lambda(G_m)$

$+ n^{v-3} t^{e-3} \binom{H}{\Delta} D_\Delta(G_m)$

Relações entre desvios

Seja $$\Lambda_H(G_m) = n^{v-3} t^{e-2} \left[\binom{H}{\wedge} - 3\binom{H}{\Delta} \right] D_\wedge(G_m) + n^{v-3} t^{e-3} \binom{H}{\Delta} D_\Delta(G_m)$$

Teorema $\exists C = C(H)$ tal que

$$\mathbb{P}\left(|D_H(G_m) - \Lambda_H(G_m)| > C b n^{v-2} \right) \leq \exp(-b)$$

para todo $b \geq 3 \log n$.

E no modelo G(n, p) ???

E no modelo $G(n,p)$???

$G(n,p)$ é um média dos modelos $G(n,m)$

e por isso: $$\mathbb{P}_p(E) = \sum_{m=0}^{N} \mathbb{P}(Bin(N,p)=m)\, \mathbb{P}_m(E)$$

Deduzimos que:

E no modelo $G(n,p)$???

$G(n,p)$ é um média dos modelos $G(n,m)$

e por isso: $$\mathbb{P}_p(E) = \sum_{m=0}^{N} \mathbb{P}(Bin(N,p)=m)\, \mathbb{P}_m(E)$$

Deduzimos que:

Teorema Seja $p \in (0,1)$, e H um grafo com v vertices e e arestas.

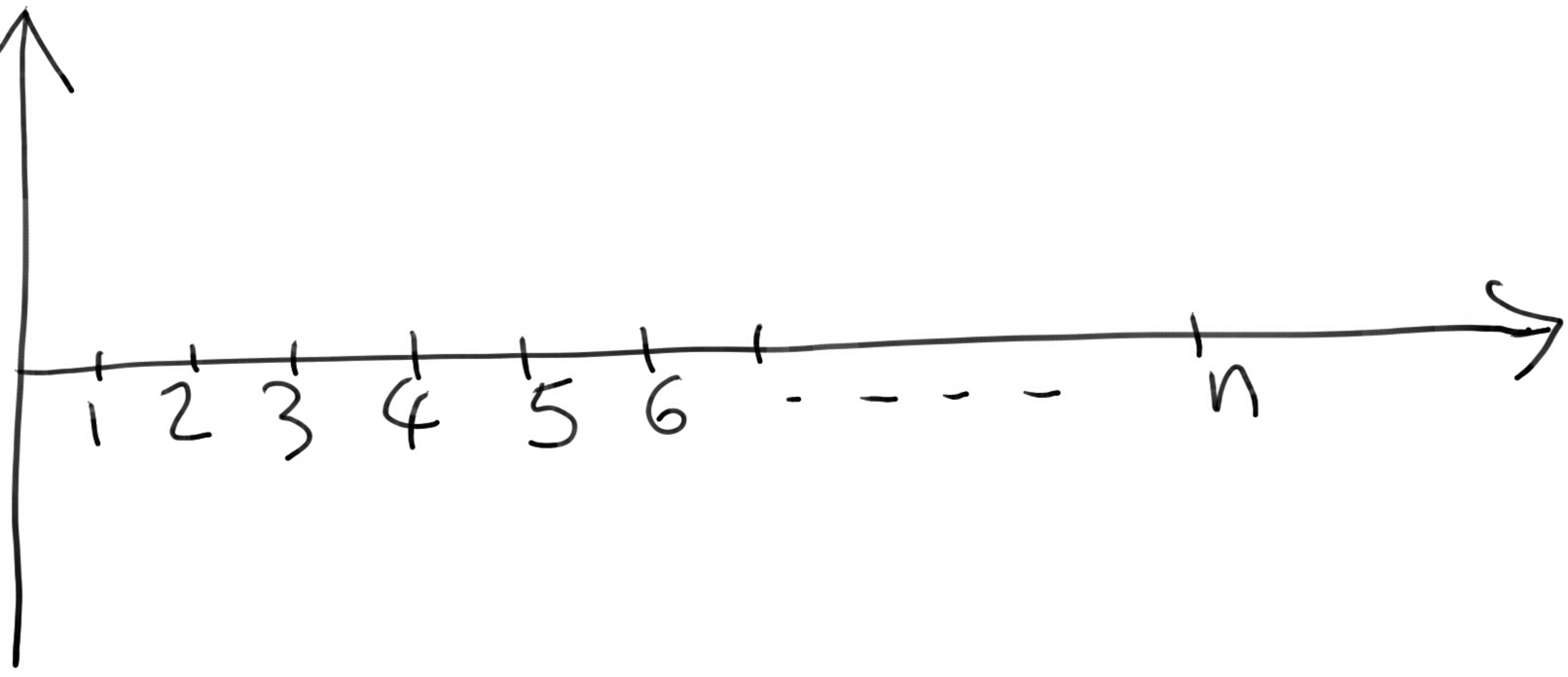
Para $n^{-1} \ll \delta_n \ll n^{-1/2}$:

$$\mathbb{P}\left(D_H(G_p) > \delta_n p^e (n)_v\right) = \sqrt{\frac{e^2 q}{\pi p}} \exp\left(-\frac{\delta_n^2 p n^2}{4e^2 q} + \frac{[(3e-2)-(3e-1)p]\delta_n^3 p n^2}{12 e^3 q^2} - \log(n\delta_n) + o(1) \right)$$

III : Desvios para Martingais

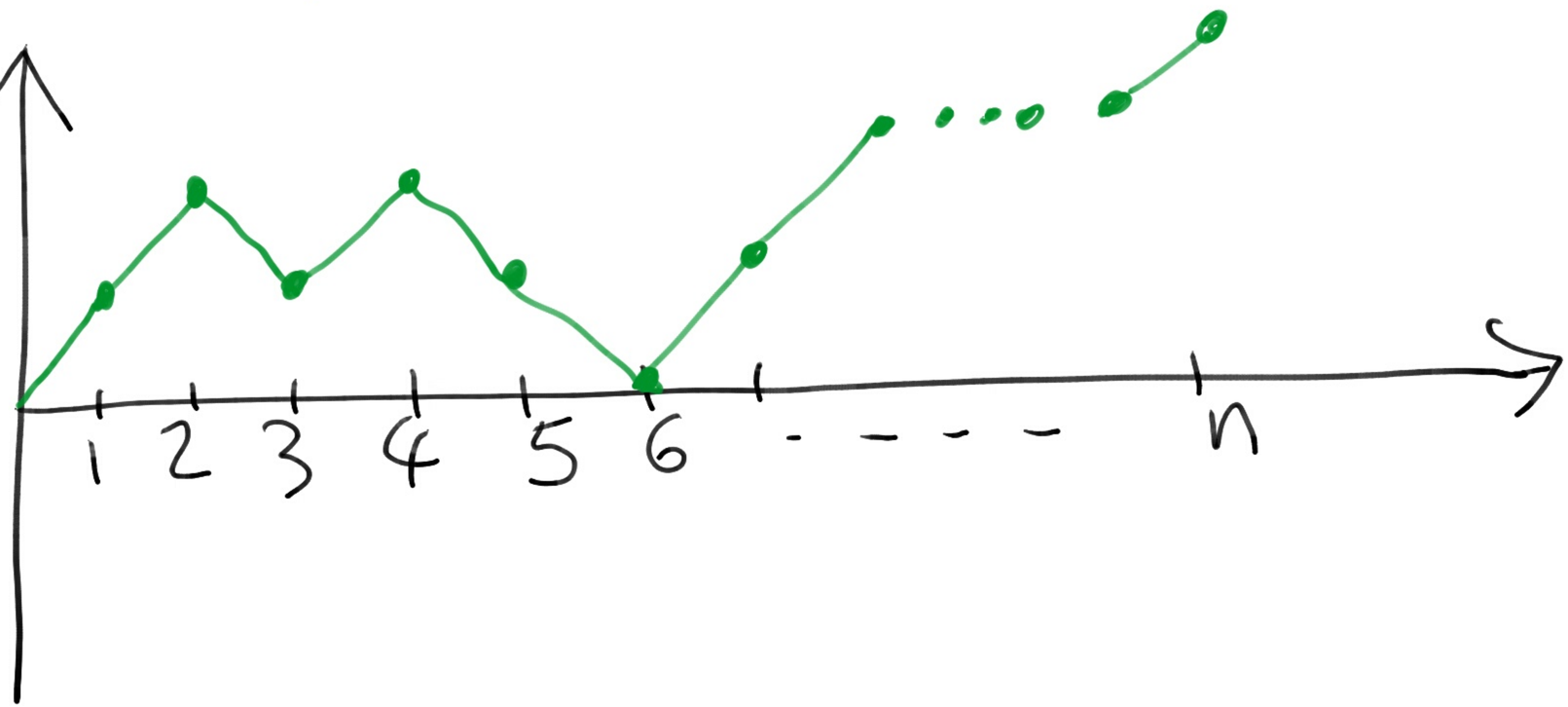
III: Desvios para Martingais

Primeiro exemplo: Passeio aleatória simples



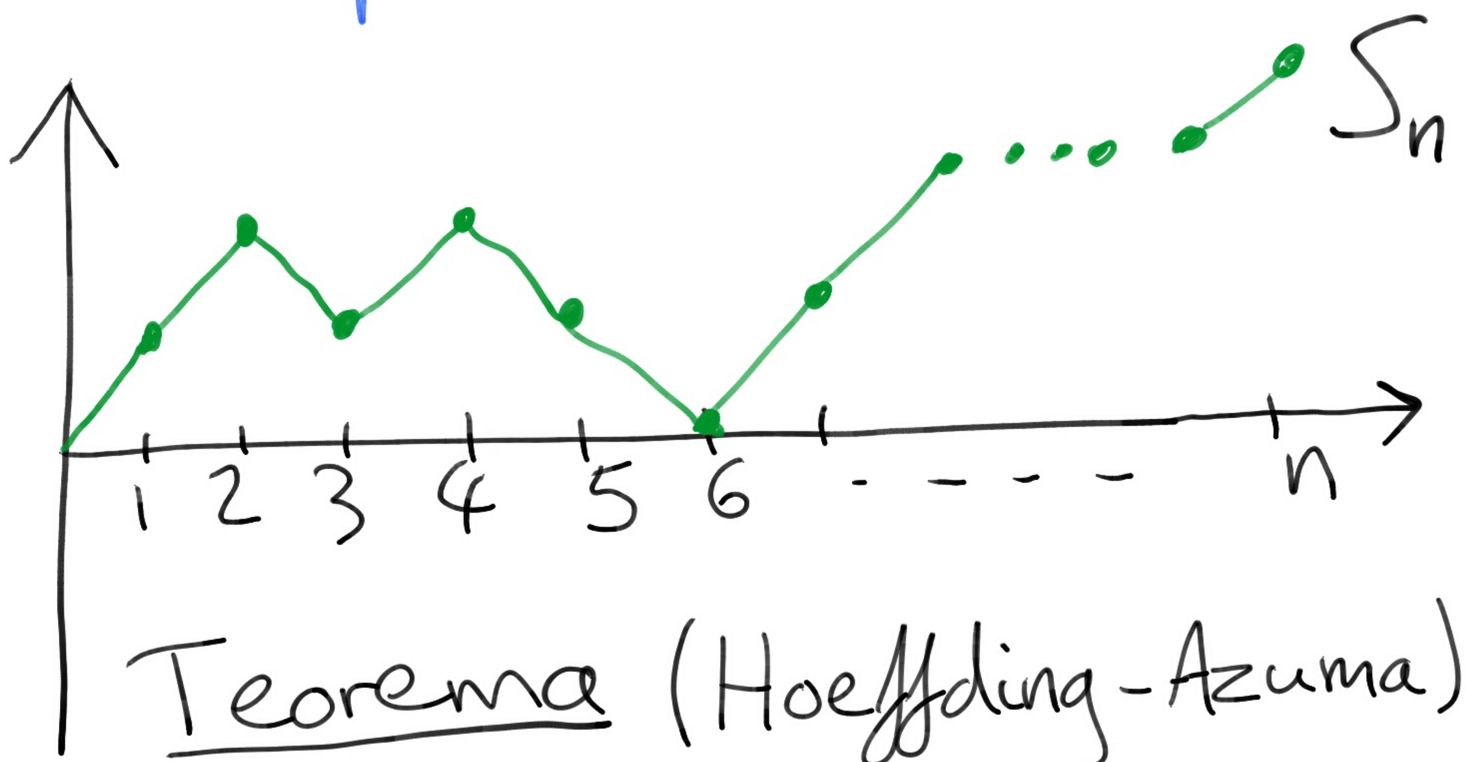
III: Desvios para Martingais

Primeiro exemplo: Passeio aleatória simples



III: Desvios para Martingais

Primeiro exemplo: Passeio aleatória simples



Martingal

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

onde

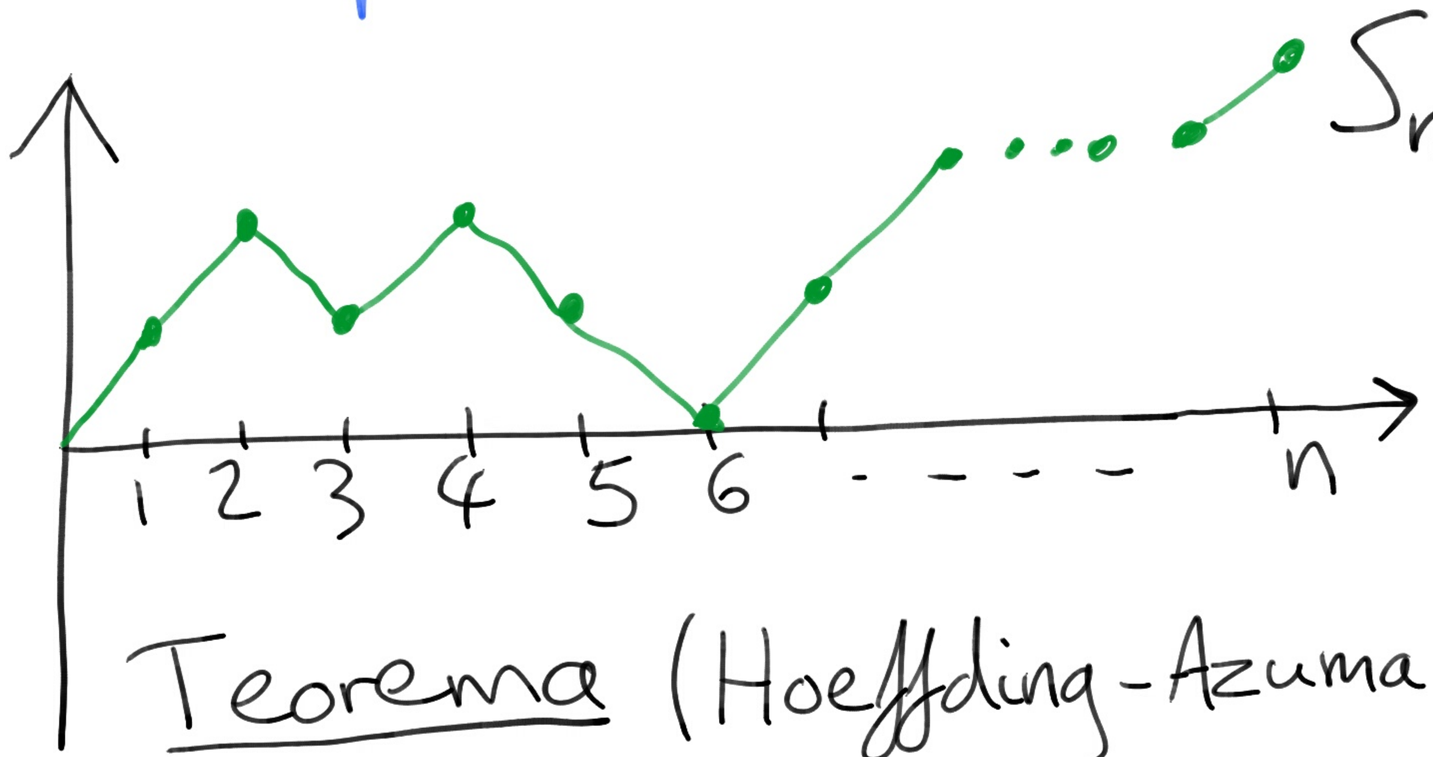
$$\mathbb{E}[X_i | \mathcal{F}_{i-1}] = 0.$$

Teorema (Hoeffding-Azuma) Sejo $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ um martingal com $|X_i| \leq c_i$ q.c.

Então $$\mathbb{P}(S_n \geq a) \leq \exp\left(\frac{-a^2}{2\sum_i c_i^2}\right)$$

III: Desvios para Martingais

Primeiro exemplo: Passeio aleatória simples



Martingal

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

onde

$$\mathbb{E}[X_i | \mathcal{F}_{i-1}] = 0.$$

Teorema (Hoeffding-Azuma) Sejo $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ um martingal com $|X_i| \leq c_i$ q.c.

Então $\mathbb{P}(S_n \geq a) \leq \exp\left(\frac{-a^2}{2\sum_i c_i^2}\right)$

Por que não variância?

As desigualdades de Freedman

As desigualdades de Freedman

Quanto "variância" tem antes de chegar em a?

As desigualdades de Freedman

Quanta "variância" tem antes de chegar em a?

Seja $V_m = \sum_{i=1}^{m} \mathbb{E}[X_i^2 \mid \mathcal{G}_{i-1}]$ e $W_a = V_{\tau_a}$.

As desigualdades de Freedman

Quanta "variância" tem antes de chegar em a?

Seja $V_m = \sum_{i=1}^{m} \mathbb{E}[X_i^2 \mid \mathcal{G}_{i-1}]$ e $W_a = V_{\tau_a}$.

Teorema (Freedman 1975) Seja $a, b, R > 0$ e

Seja $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ um martingal com $|X_i| \leq R$ q.c. $\forall i$

Então $$\mathbb{P}(W_a < b) \leq \exp\left(\frac{-a^2}{2b + 2aR}\right)$$

As desigualdades de Freedman

Quanto "variância" tem antes de chegar em a?

Seja $V_m = \sum_{i=1}^{m} \mathbb{E}[X_i^2 \mid \mathcal{G}_{i-1}]$ e $W_a = V_{\tau_a}$.

Teorema (Freedman 1975) Seja $a, b, R > 0$ e

Seja $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ um martingal com $|X_i| \leq R$ q.c. $\forall i$

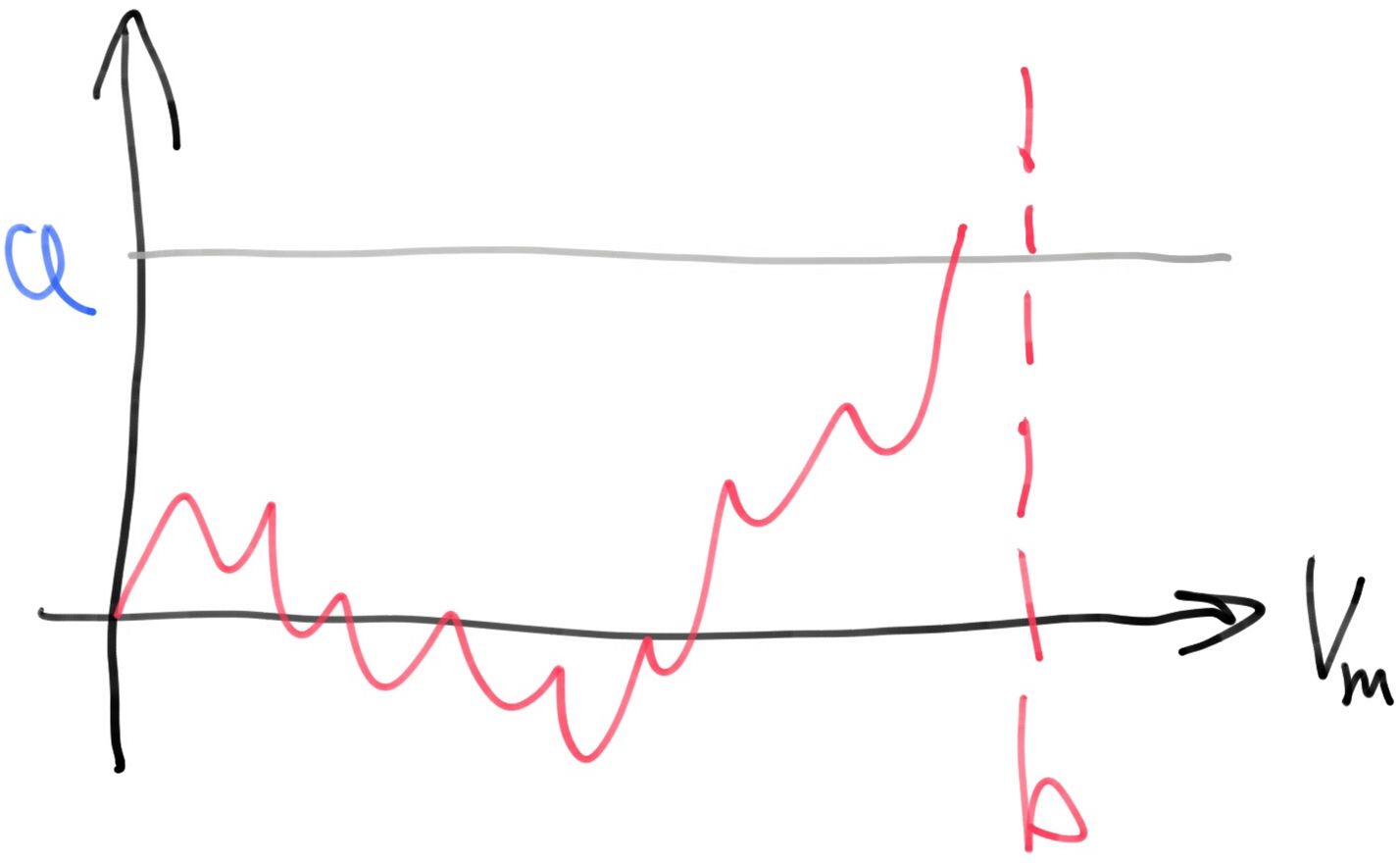
Então $$\mathbb{P}(W_a < b) \leq \exp\left(\frac{-a^2}{2b + 2aR}\right)$$

Ele também mostrou uma cota inferior que implica que:

$$\mathbb{P}(W_a < b) = \exp\left(\frac{-a^2(1+o(1))}{2b}\right)$$ se $aR \ll b \ll a^2$.

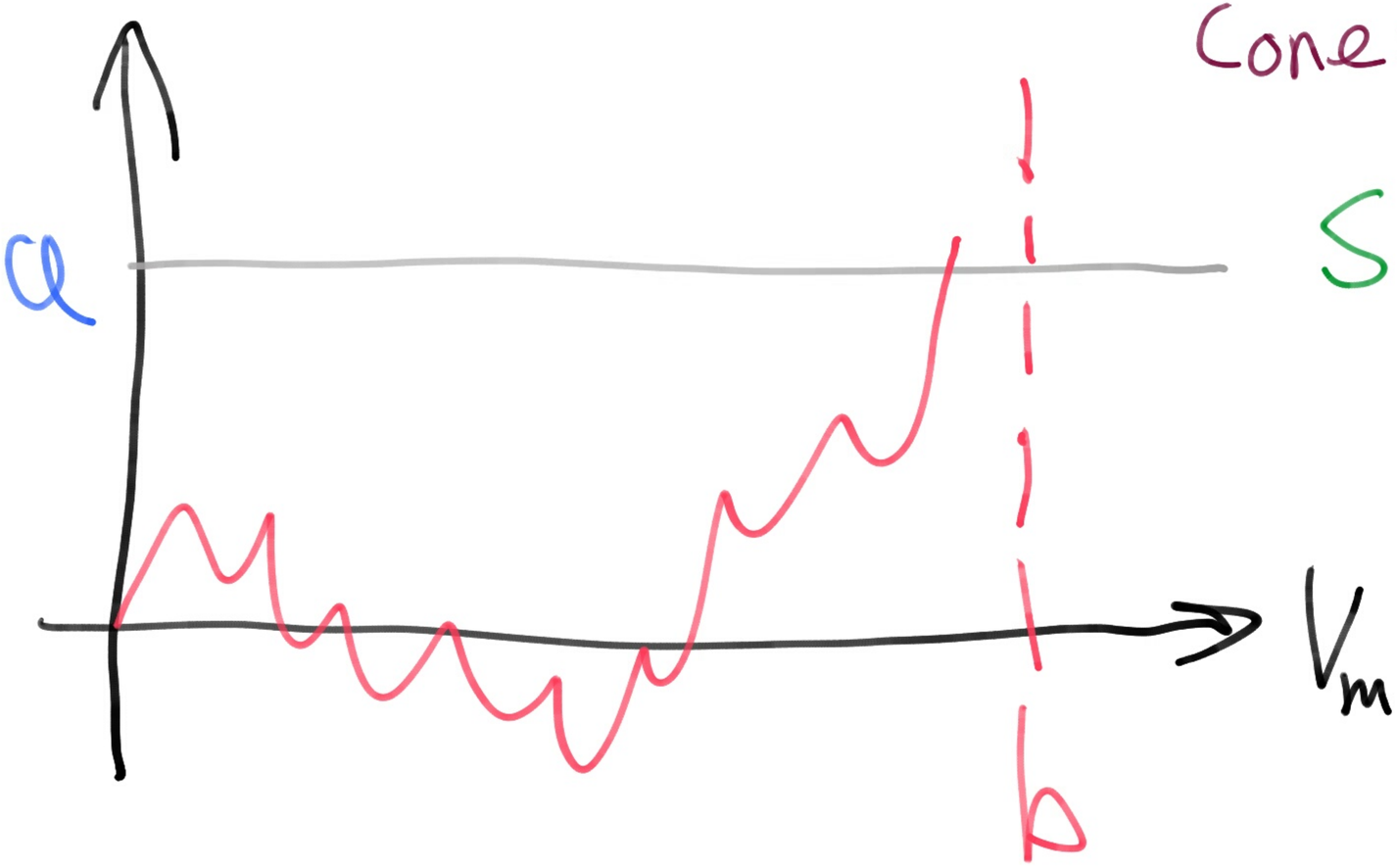
$$\mathbb{P}(W_a < b) = \exp\left(\frac{-a^2(1+o(1))}{2b}\right) \quad \text{se } aR \ll b \ll a^2$$

$$\mathbb{P}(W_a < b) = \exp\left(\frac{-a^2(1+o(1))}{2b}\right)$$ se $aR \ll b \ll a^2$

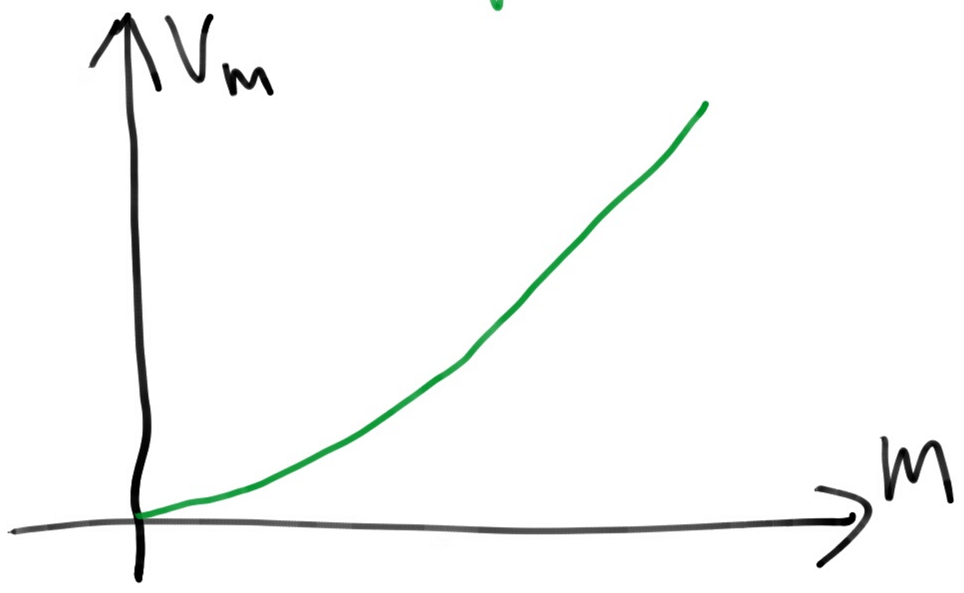


$$\mathbb{P}(W_a < b) = \exp\left(\frac{-a^2(1+o(1))}{2b}\right)$$ se $aR \ll b \ll a^2$

Conexão com $\mathbb{P}(S_n > a)$?



SIM! Se $\mathbb{P}$ pequena e V_m "previsível"



GRAFOS → MARTINGAIS

GRAFOS → MARTINGAIS

Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

GRAFOS → MARTINGAIS

Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

GRAFOS → MARTINGAIS

Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

GRAFOS → MARTINGAIS

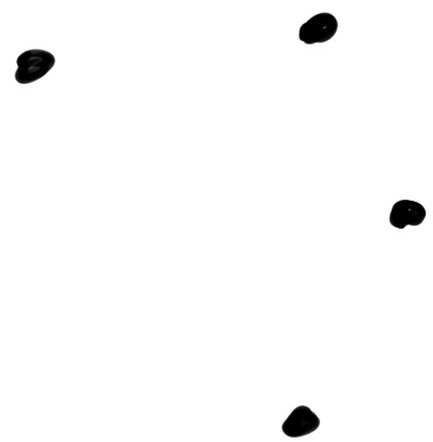
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_0



GRAFOS → MARTINGAIS

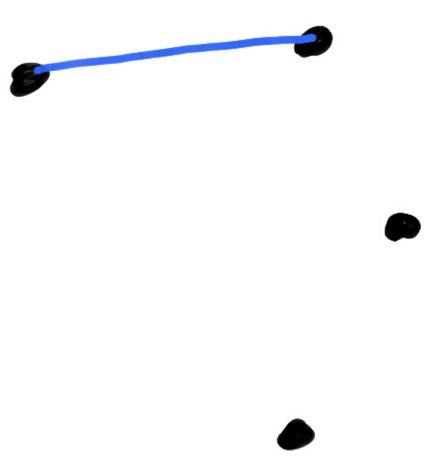
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_1



GRAFOS → MARTINGAIS

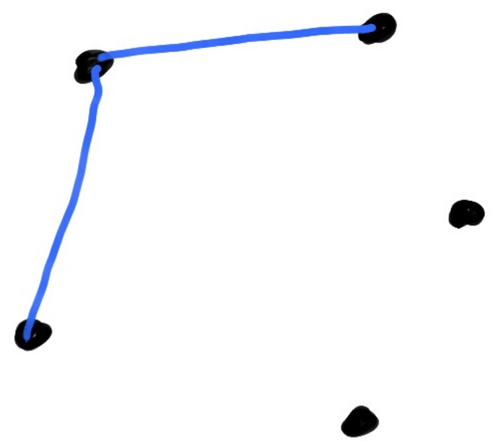
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_2



GRAFOS → MARTINGAIS

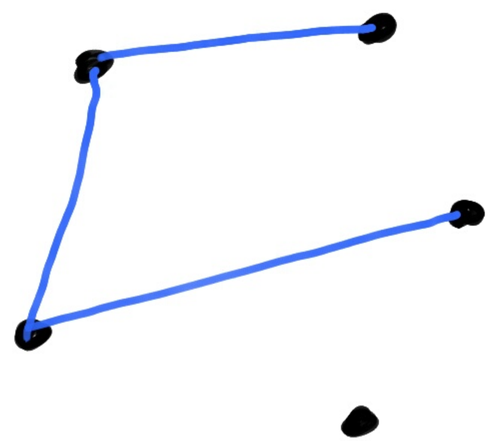
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_3



GRAFOS → MARTINGAIS

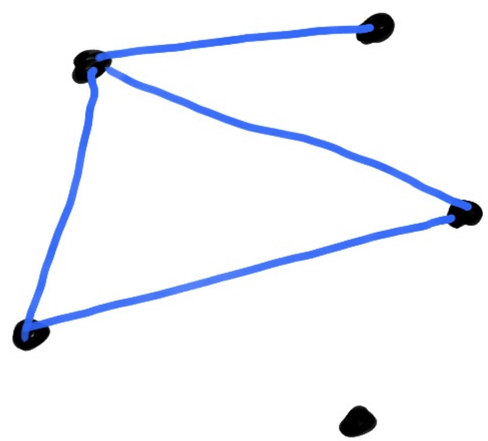
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_4



GRAFOS → MARTINGAIS

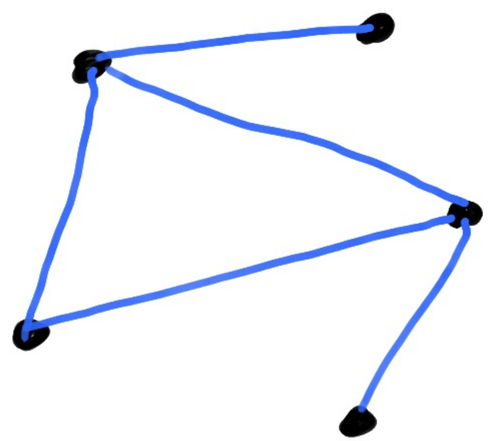
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_5



GRAFOS → MARTINGAIS

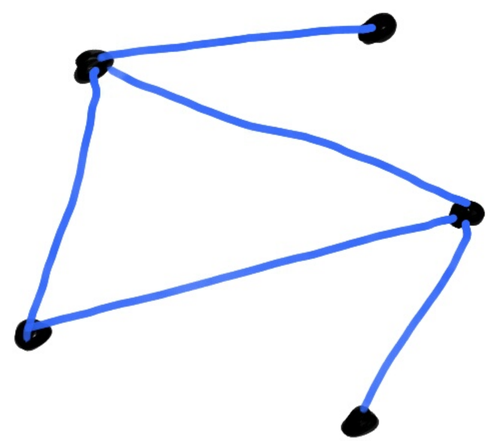
Temos um resultado para martingais mas queremos um resultado para $D_H(G_m)$.

Primeiro: Como pensar em $D_H(G_m)$ como processo?

Processo Erdős-Rényi: Começa com o grafo vazio G_0 e a cada etapa adicionamos uma aresta.

Assim $G_m \sim G(n,m)$.

G_5



... etc.

Vamos começar com $D_1(Gm)$

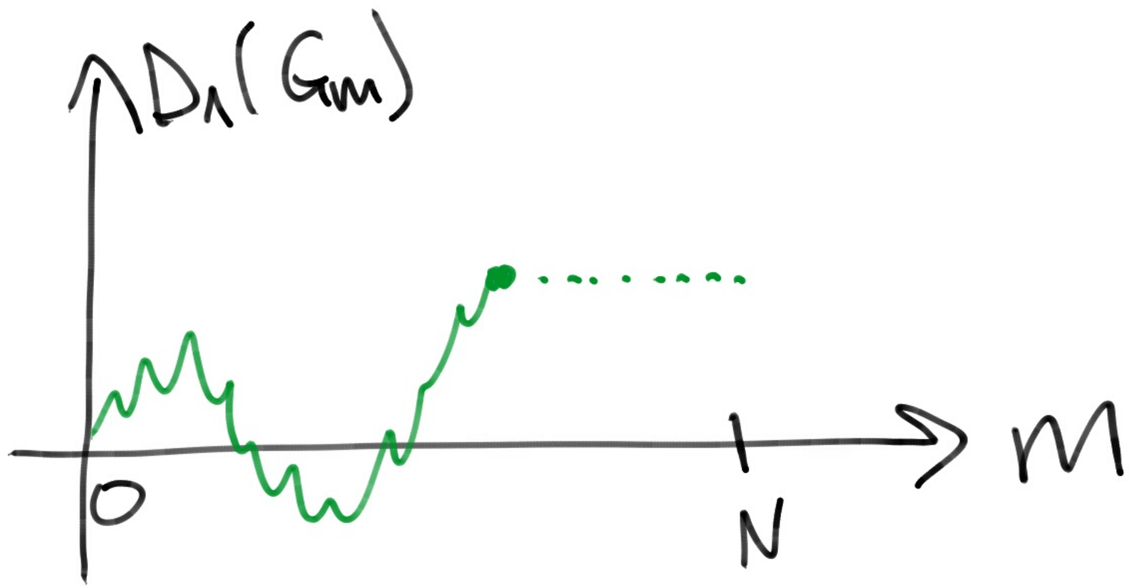
Vamos começar com $D_1(G_m)$

Então.... $D_1(G_m)$ é um martingal?

Vamos começar com $D_1(G_m)$

Então.... $D_1(G_m)$ é um martingal?

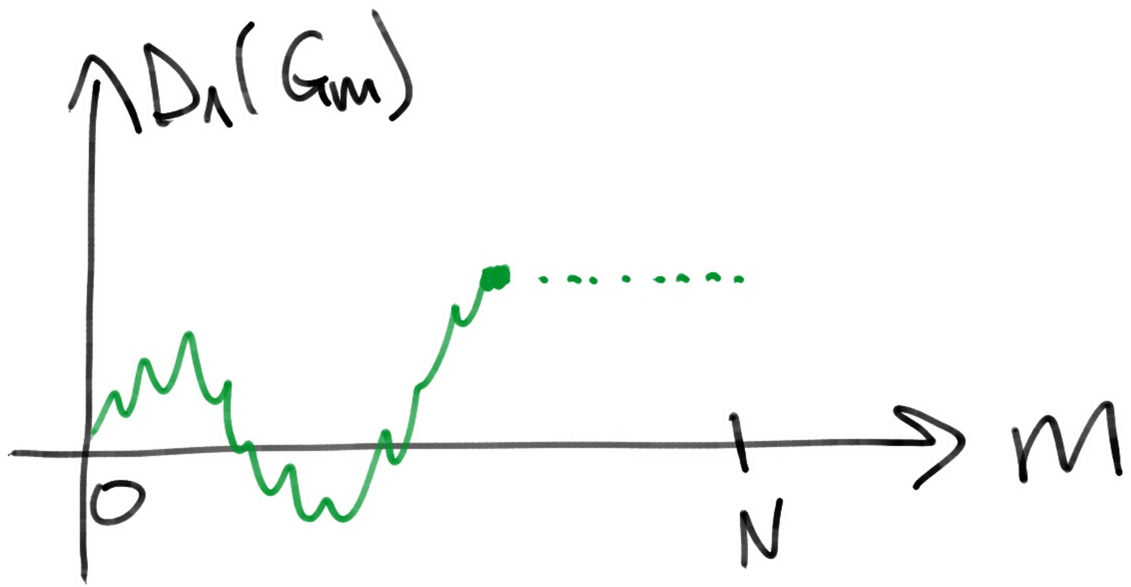
Não!



Vamos começar com $D_1(G_m)$

Então.... $D_1(G_m)$ é um martingal?

Não!



Na verdade podemos calcular

$$E[D_1(G_m) - D_1(G_{m-1}) \mid G_{m-1}]$$

Seja $A_\wedge(G_m)$ = número de $\wedge$ criados com a inclusão da m-ésima aresta

Seja $A_\wedge(G_m)$ = número de $\wedge$ criados com a inclusão da m-ésima aresta

Lema $\mathbb{E}[A_\wedge(G_m) \mid G_{m-1}] = \frac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2} - \frac{2D_1(G_{m-1})}{N-m+1}$

Seja $A_\wedge(G_m)$ = número de $\wedge$ criados com a inclusão da m-ésima aresta

Lema $\mathbb{E}[A_\wedge(G_m) \mid G_{m-1}] = \dfrac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2} - \dfrac{2D_\wedge(G_{m-1})}{N-m+1}$

Prova: Só calcular

$$\mathbb{E}[A_\wedge(G_m) \mid G_{m-1}] = \frac{1}{N-m+1} \; \#\text{cópias de } \text{...}! \; (\text{ou } \text{...}!)$$

$$= \frac{2}{N-m+1}\left[2(n-2)(m-1) - N_\wedge(G_{m-1})\right]$$

$$= \frac{2}{N-m+1}\left[\frac{(n)_3(m-1)}{N} - \frac{(n)_3(m-1)_2}{(N)_2} - D_\wedge(G_{m-1})\right]$$

$$= \frac{2(n)_3(m-1)}{(N-m+1)(N)_2}\left[(N-1)-(m-2)\right] - \frac{2D_\wedge(G_{m-1})}{N-m+1} \quad \square$$

Seja $A_\wedge(G_m)$ = número de $\wedge$ criados com a inclusão da m-ésima aresta

Lema $\mathbb{E}[A_\wedge(G_m) \mid G_{m-1}] = \frac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2} - \frac{2D_\wedge(G_{m-1})}{N-m+1}$

Obs. $L_\wedge(m) - L_\wedge(m-1) = \frac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2}$

Seja $A_\wedge(G_m)$ = número de $\wedge$ criados com a inclusão da m-ésima aresta

Lema $\mathbb{E}[A_\wedge(G_m) \mid G_{m-1}] = \frac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2} - \frac{2D_\wedge(G_{m-1})}{N-m+1}$

Obs. $L_\wedge(m) - L_\wedge(m-1) = \frac{2(n)_3(m-1)}{(N)_2}$

Lembramos:

$D_\wedge(G_m) = N_\wedge(G_m) - L_\wedge(m)$

Agora

$$\mathbb{E}[D_\wedge(G_m) - D_\wedge(G_{m-1}) \mid G_{m-1}] = \mathbb{E}[A_\wedge(G_m)] - (L_\wedge(m) - L_\wedge(m-1))$$

$$= \frac{-2D_\wedge(G_{m-1})}{N-m+1} \neq 0$$

Como $\mathbb{E}[D_\lambda(G_m) - D_\lambda(G_{m-1}) \mid G_{m-1}] = -\dfrac{2\,D_\lambda(G_{m-1})}{N-m+1}$

a variável aleatória

$$X_\lambda(G_m) = D_\lambda(G_m) - D_\lambda(G_{m-1}) + \frac{2\,D_\lambda(G_{m-1})}{N-m+1}$$

tem $\mathbb{E}[X_\lambda(G_m) \mid G_{m-1}] = 0$.

Como $\mathbb{E}[D_\lambda(G_m) - D_\lambda(G_{m-1}) \mid G_{m-1}] = -\frac{2 D_\lambda(G_{m-1})}{N-m+1}$

a variável aleatória

$$X_\lambda(G_m) = D_\lambda(G_m) - D_\lambda(G_{m-1}) + \frac{2 D_\lambda(G_{m-1})}{N-m+1}$$

tem $\mathbb{E}[X_\lambda(G_m) \mid G_{m-1}] = 0$.

Teorema

$$D_\lambda(G_m) = \sum_{i=1}^{m} \frac{(N-m)_2}{(N-i)_2} X_\lambda(G_i)$$

é uma representação martingal de $D_\lambda(G_m)$.

Tem uma representação martingal para cada grafo H:

$$D_H(G_m) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{F \subseteq E(H)}^{s} \frac{(N-m)_{e(F)} (m-i)_{e-e(F)}}{(N-i)_e} X_F(G_i)$$

Tem uma representação martingal para cada grafo H:

$$D_H(G_m) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{F \subseteq E(H)}^{s} \frac{(N-m)_{e(F)} (m-i)_{e-e(F)}}{(N-i)_e} X_F(G_i)$$

O que mais precisamos?

Tem uma representação martingal para cada grafo H:

$$D_H(G_m) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{F \subseteq E(H)}^{s} \frac{(N-m)_{e(F)} (m-i)_{e-e(F)}}{(N-i)_e} X_F(G_i)$$

O que mais precisamos?

Precisamos controlar a variância das etapas!

Tem uma representação martingal para cada grafo H:

$$D_H(G_m) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{F \subseteq E(H)}^{s} \frac{(N-m)_{e(F)} (m-i)_{e-e(F)}}{(N-i)_e} X_F(G_i)$$

O que mais precisamos?

Precisamos controlar a variância das etapas!

Seja $V_{F,F'}(i,n) = n^{v+v'-5} s^{e+e'-4} (1-s)(s\theta_1 + (1-s)\theta_2)$

onde $\theta_1 = 8 \binom{F}{\wedge} \binom{F'}{\wedge}$ e $\theta_2 = 36 \binom{F}{\Delta} \binom{F'}{\Delta}$

Teorema $\exists C = C(F,F',t)$ tal que $\forall 1 \le i \le tN$ e $3\log n \le b \le \frac{n}{2C}$

temos $$\mathbb{P}\left(\left| \mathbb{E}[X_F(G_i) X_{F'}(G_i) \mid G_{i-1}] - V_{F,F'}(i,n) \right| > C b^{1/2} n^{v+v'-11/2} \right) \le \exp(-b)$$

Juntando
- A representação martingal
- O valor das covariâncias
- O teorema de Freedman

deduzimos que

$$\mathbb{P}\left(P_H(G_m) > \alpha_n n^{v-3/2}\right) = \exp\left(-\gamma_H(t)\alpha_n^2(1+o(1))\right)$$

onde $\gamma_H(t) = \left(4\binom{H}{\Lambda}^2 t^{2e-2}(1-t)^2 + 12\binom{H}{\Delta}^2 t^{2e-3}(1-t)^3\right)^{-1}$

Seja $V_{F,F'}(i,n) = n^{v+v'-5} s^{e+e'-4}(1-s)\left(s\theta_1 + (1-s)\theta_2\right)$

onde $\theta_1 = 8\binom{F}{\Lambda}\binom{F'}{\Lambda}$ e $\theta_2 = 36\binom{F}{\Delta}\binom{F'}{\Delta}$

Teorema $\exists C = C(F,F',t)$ tal que $\forall 1 \le i \le tN$ e $3\log n \le b \le \frac{n}{2C}$

temos $\mathbb{P}\left(\left|\mathbb{E}[X_F(G_i)X_{F'}(G_i)\,|\,G_{i-1}] - V_{F,F'}(i,n)\right| > Cb^{1/2}n^{v+v'-11/2}\right) \le \exp(-b)$

Como provar?

Seja $V_{F,F'}(i,n) = n^{v+v'-5}\, s^{e+e'-4}(1-s)\left(s\theta_1 + (1-s)\theta_2\right)$

onde $\theta_1 = 8\binom{F}{\Lambda}\binom{F'}{\Lambda}$ e $\theta_2 = 36\binom{F}{\Delta}\binom{F'}{\Delta}$

Teorema $\exists C = C(F,F',t)$ tal que $\forall\, 1 \le i \le tN$ e $3\log n \le b \le \frac{n}{2C}$

temos $$\mathbb{P}\left(\left|\mathbb{E}\left[X_F(G_i)X_{F'}(G_i)\,|\,G_{i-1}\right] - V_{F,F'}(i,n)\right| > Cb^{1/2}n^{v+v'-11/2}\right) \le \exp(-b)$$

Como provar?

Obs

$$X_F(G_i) = A_F(G_i) - \mathbb{E}\left[A_F(G_i)\,|\,G_{i-1}\right]$$

Seja $V_{F,F'}(i,n) = n^{v+v'-5}\, s^{e+e'-4}(1-s)\left(s\theta_1 + (1-s)\theta_2\right)$

onde $\theta_1 = 8\binom{F}{\Lambda}\binom{F'}{\Lambda}$ e $\theta_2 = 36\binom{F}{\Delta}\binom{F'}{\Delta}$

Teorema $\exists C = C(F,F',t)$ tal que $\forall\, 1 \le i \le tN$ e $3\log n \le b \le \frac{n}{2C}$

temos $\mathbb{P}\left(\left|\mathbb{E}[X_F(G_i)X_{F'}(G_i) \mid G_{i-1}] - V_{F,F'}(i,n)\right| > Cb^{1/2} n^{v+v'-11/2}\right) \le \exp(-b)$

Como provar?

Obs

$X_F(G_i) = A_F(G_i) - \mathbb{E}[A_F(G_i) \mid G_{i-1}]$



Definimos grafos $\Gamma_{F,F';dd';i,\to}$ e $\Gamma^{\circ}_{F,F';dd';i,\to}$ e usamos cotas para $N_\Gamma(G_{i-1})$ e $N_{\Gamma^\circ}(G_{i-1})$.

Seja $V_{F,F'}(i,n) = n^{v+v'-5}\, s^{e+e'-4}(1-s)\left(s\theta_1 + (1-s)\theta_2\right)$

onde $\theta_1 = 8\binom{F}{\Lambda}\binom{F'}{\Lambda}$ e $\theta_2 = 36\binom{F}{\Delta}\binom{F'}{\Delta}$

Teorema $\exists C = C(F,F',t)$ tal que $\forall\, 1 \le i \le tN$ e $3\log n \le b \le \frac{n}{2C}$

temos $\mathbb{P}\left(\left|\mathbb{E}[X_F(G_i)X_{F'}(G_i) \mid G_{i-1}] - V_{F,F'}(i,n)\right| > Cb^{1/2} n^{v+v'-11/2}\right) \le \exp(-b)$

Como provar?

Obs

$X_F(G_i) = A_F(G_i) - \mathbb{E}[A_F(G_i) \mid G_{i-1}]$



Definamos grafos $\Gamma_{F,F;i d d';i}$ e $\Gamma^{\circ}_{F,F;i d d';i}$ e usamos cotas para $N_r(G_{i-1})$ e $N_{r^\circ}(G_{i-1})$.

□

V: Trabalho Futuro

V: Trabalho Futuro

(1) Grafos Aleatórios mais esparsos

V: Trabalho Futuro

(1) Grafos Aleatórios mais esparsos

(2) O segundo termo da taxa

com Leonardo Gonçalves de Oliveira

V: Trabalho Futuro

(1) Grafos Aleatórios mais esparsos

com Leonardo Gonçalves de Oliveira

(2) O segundo termo da taxa

(3) Progressões Aritméticas em um subcojunto $B_m \subseteq \mathbb{Z}_N$

V: Trabalho Futuro

(1) Grafos Aleatórios mais esparsos
com Leonardo Gonçalves de Oliveira

(2) O segundo termo da taxa

(3) Progressões Aritméticas em um subcojunto $B_m \subseteq \mathbb{Z}_N$
com Gonzalo Fiz Pontiveros, Matheus Secco e Oriel Serra.

(4) Contexto geral (Hipergrafos / Polinómios)

V: Trabalho Futuro

(1) Grafos Aleatórios mais esparsos
com Leonardo Gonçalves de Oliveira

(2) O segundo termo da taxa

(3) Progressões Aritméticas em um subcojunto $B_m \subseteq \mathbb{Z}_N$
com Gonzalo Fiz Pontiveros, Matheus Secco e Oriel Serra.

(4) Contexto geral (Hipergrafos / Polinómios)

(5) Desvios menores (T.C.L., cdas)

Obrigado!

Questões??